大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2020年8月18日実施）

【情報・ネットワーク工学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

１．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

２．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１２枚、解答用紙は３枚である。

３．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

４．選択問題の試験時間は120分である。

５．選択問題では、８科目の中から３科目を選んで解答すること。

６．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること）

７．解答は、科目ごとに別々の解答用紙（各科目ごとに１枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。

８．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

９．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１０．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

1　電気回路

以下の問題で虚数単位はjで表す。分数の分母および分子が複素数となる場合、各々実部および虚部にまとめること。ただし、分母の実数化は不要である。また分数内にさらに分数が残らないようにすること。

図 1(a)-(c)に示す回路について次の問いに答えよ。ここで図 1(a)は抵抗R_0、インダクタL_0、キャパシタC_0の回路素子からなる回路であり、$e(t)$は正弦波の交流電源であり、そのフェーザ表記をE、角周波数をωとする。

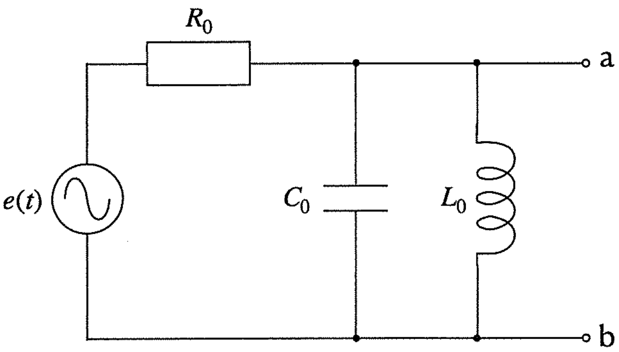


図 1(a)

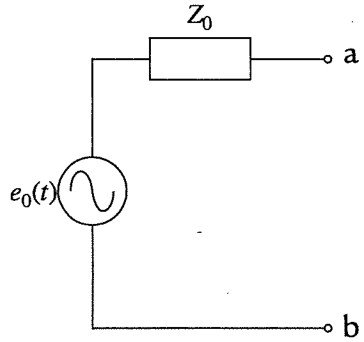


図 1(b)

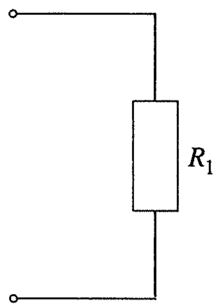


図 1(c)

(1) 図 1(a)の回路のインダクタL_0の両端電圧のフェーザ表記を求めよ。
(2) 図 1(a)の回路の等価電源回路を図 1(b)で与える。このとき等価電源電圧のフェーザ表記E_0と内部インピーダンスZ_0をそれぞれ求めよ。
(3) 図 1(b)の端子 a-b に図 1(c)で与えられる負荷R_1を接続した。$R_0 = R_1 = 1\Omega$、$C_0 = 0.5\mathrm{F}$、$L_0 = 1\mathrm{H}$として、負荷R_1における消費電力を最大とする角周波数ωを求めよ。

図 2 のスイッチ SW、抵抗R_2およびR_3、キャパシタC_1からなる回路について以下の問いに答えよ。以降ではtは時間を表すものとする。
(4) $t = 0$において、スイッチを 1 からに 2 に切り替えた。このとき$t \geq 0$において、キャパシタに流れる電流$i_c(t)$を求めよ。ただしキャパシタにおける初期電荷は 0 とする。
(5) $E_1 = 5\mathrm{V}$、$R_2 = 4\Omega$、$R_3 = 6\Omega$、$C_1 = 0.5\mathrm{F}$として、時間$t = -1$秒から$t = 3$秒における電流$i_c(t)$の変化を図示せよ。ただし$t = 0$と$t = 3$の値を必ず記載すること。

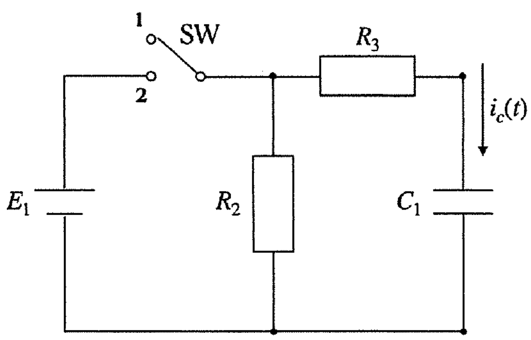


図 2

虚数単位: imaginary unit、分母: denominator、分子: numerator、複素数: complex number、実部: real part、虚部: imaginary part、抵抗: resistor、インダクタ: inductor、キャパシタ: capacitor、回路素子: circuit element、回路: circuit、正弦波: sinusoidal wave、交流電源: AC power、フェーザ表記: phasor expression、角周波数: angular frequency、両端電圧: both-end voltage、等価電源回路: equivalent power supply circuit、負荷: load、消費電力: power consumption、最大: maximum、スイッチ: switch、時間: time、切り替え: switching、図示: plot

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020年8月18日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

2　電磁気学

真空の誘電率をε_0 [F/m]，真空中の透磁率を μ_0 [H/m]，円周率をπとして以下の問に答えよ．

１．半径 a[m]の球内に一様に電荷 Q [C]を分布させるのに必要な仕事 W [J]を求める。電荷がない状態から、微小な電荷（電荷密度は $3Q/4\pi a^3$ [C/m^3]）を無限遠から運んで電荷の分布する球の半径を大きくしてゆく．このとき球の中心は一定の位置にあり，球内の電荷密度は $3Q/4\pi a^3$ [C/m^3]で一様とする．

(a) 電荷が分布する球の半径が R [m]まで大きくなったとき（$0<R<a$），球表面の電位 $V(R)$ [V] はいくらか．ただし，無限遠における電位を 0 V とする．
(b) 上の状態から、さらに微小な電荷を運んできて半径が $R+dR$ [m]に増加したものとする。微小な電荷を運ぶときにした仕事 dW [J]を求めよ．
(c) 半径 a になるまで電荷を運んだときにした仕事 W [J]を求めよ．

２．半径 a [m]の導体球と同心の導体球殻（内半径 b [m]、外半径 c [m]）の間を２種の誘電体で満たす．中心からの距離を r [m]としたとき、$a < r < R$ では誘電率 ε_1，$R \leqq r < b$ では誘電率 ε_2 の誘電体が分布しているものとする（$a<R<b$）．導体間に電位差を与え，内側の導体球に $+Q$ [C]，外側の導体球殻に $-Q$ [C]が蓄えられたものとする．

(a) 中心からの距離 r [m]の関数として，電界の強さ $E(r)$ [V/m]，電束密度の強さ $D(r)$ [C/m^2]を求めよ．
(b) この導体間の静電容量 C [F]を求めよ．
(c) $r=R$ の誘電体境界面に現れる分極電荷密度 σ_p [C/m^2]を求めよ．

３．図 2-1 に示すように，xy 平面上に原点を中心として半径 a [m]の円形コイル（巻数１）が存在しており、また、同じ xy 平面内に x 軸と平行に $y=3a$ の点を通る無限に長い直線状の導線が存在している．導線に流す電流は、それぞれ I_1，I_2 [A]とし、図の矢印の方向を正とする．

(a) $I_1=I$ [A]，$I_2=0$ A とする．z 軸上の $z=3a$ [m]の点にできる磁束密度（ベクトル）$\boldsymbol{B}_1$ [T]を求めよ．
(b) $I_1=I$ [A]，$I_2=I$ [A]とする．z 軸上の $z=3a$ [m]の点にできる磁束密度（ベクトル）$\boldsymbol{B}_2$ [T]を求めよ．

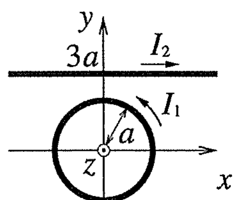


図 2-1

真空 (vacuum)，誘電率 (permittivity)，透磁率 (permeability)，円周率 (circumference ratio)，半径 (radius)，球 (sphere)，電荷 (charge)，仕事 (work)，電荷密度 (charge density)，無限遠から (from infinity)，表面 (surface)，電位 (electrostatic potential)，導体 (conductor)，同心 (cocentric)，球殻 (spherical shell)，誘電体 (dielectric material)，距離 (distance)，差 (difference)，電界 (electric field)，電束密度 (electric flux density, electric displacement)，静電容量 (capacitance)，分極電荷密度 (polarization/bound surface charge density)，円形コイル（巻数１） (1-turn circular coil)，無限に長い直線状の導線 (infinitely long straight wire)，電流 (current)，磁束密度 (magnetic flux density, magnetic induction)

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

3 確率統計

ある動物の体長 X は，パラメータ μ をもつ次の確率密度関数に従う確率変数とする．

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2}\right\}, \quad (-\infty < x < \infty).$$

ただし，$-\infty < \mu < \infty$ であり，exp は自然対数の底である．このとき，以下の各問いに答えよ．

(1) 確率変数 X の積率母関数 $\mathrm{M}(t) = \mathrm{E}\left[\exp(tX)\right]$ $(-\infty < t < \infty)$ を求めよ．

(2) 期待値 $\mathrm{E}(X)$ および分散 $\mathrm{V}(X)$ を求めよ．

(3) 確率変数 Y を $Y = \exp(X)$ と定義する．このとき，期待値 $\mathrm{E}(Y)$ および分散 $\mathrm{V}(Y)$ を求めよ．

(4) 確率変数 Y の確率密度関数が以下で与えられることを示せ．

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}y} \exp\left\{-\frac{(\log y-\mu)^2}{2}\right\}, \quad (0 < y < \infty). \tag{A}$$

ここで log は自然対数である．

(5) n 組の確率変数 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ は互いに独立に (A) の分布に従うとする．このとき，(A) 内に含まれるパラメータ μ の最尤推定量を求めよ．

動物: animal, 体長: length of body, パラメータ: parameter, 確率密度関数: probability density function, 確率変数: random variable, 自然対数の底: base of the natural logarithm, 積率母関数: moment-generating function, 期待値: expectation, 分散: variance, 自然対数: natural logarithm, 独立: independent, 最尤推定量: maximum likelihood estimator

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

4　信号処理

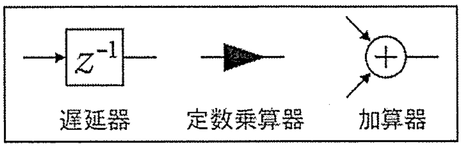
2 つのディジタルフィルタ DFf と DFg があり，入力 $x[n]$ と出力 $y[n]$ の関係は，それぞれ以下のように表されるものとする．

DFf :　$y[n] = x[n] - \frac{9}{16} y[n-2]$

DFg :　$y[n] = x[n] + \frac{4}{3} x[n-1]$

(1) DFf の伝達関数を $F(z)$ とし，DFg の伝達関数を $G(z)$ とする．$F(z)$ と $G(z)$ を書け．

(2) 伝達関数 $H(z) = F(z)\,G(z)$ を持つディジタルフィルタを DFh とする．DFh を，遅延器，定数乗算器，加算器を組み合せ，最小の遅延器数で構成せよ．遅延器，定数乗算器，加算器の記号には右に示す記号を使え．



(3) DFh が最小位相フィルタであるか否かについて理由をつけて答えよ．

(4) DFh のインパルス応答 $h[n]$ を式で記述し，$0 \leq n \leq 3$ の範囲をグラフで示せ．

(5) DFh に与える入力 $x[n]$ は，全ての n について $-1 \leq x[n] \leq 1$ の条件を満たすものとする．このとき，DFh の出力 $y[n]$ の値の上限を求めよ．

ディジタルフィルタ：digital filter，伝達関数：transfer function，遅延器：unit delay，
定数乗算器：constant multiplier，加算器：adder，最小位相フィルタ：minimum phase filter，
インパルス応答：impulse response，上限：supremum

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020年8月18日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

5　アルゴリズムとデータ構造

以下の(1)~(5)に答えよ．

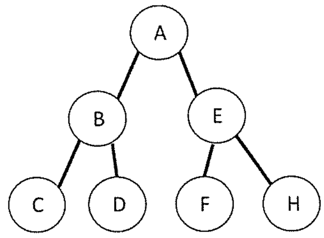


図1. 木の例 T1

(1) 図1に示す木T1の全頂点を根Aから始めて探索するとき，各頂点vに，行きがけ順の番号 pre(v)と帰りがけ順の番号 post(v)を与えたい．番号づけした結果となる木を図で示せ．

(2) 一般に，根を持つ木が与えられたとき，その木における頂点yが頂点xの先祖であることの必要十分条件が「pre(y)≤pre(x)　かつ　post(x)≤post(y)」となることを証明せよ．

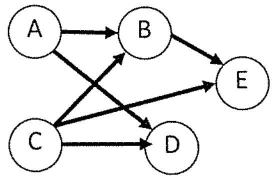


図2. 閉路のない有向グラフの例 G1

(3) 任意に与えられた閉路のない有向グラフG（頂点数N）について，その各頂点xに番号num(x)を1から昇順に整数で与えるとき，頂点xからyに有向辺があるときは必ずnum(x)<num(y)を満たすように番号づけする問題を考える．例えば，図2の例G1なら，num(A)=1, num(C)=2, num(B)=3, num(D)=4, num(E)=5, が一つの答えである．
　それでは，Gの頂点を再帰的に探索して上記の番号づけを行うアルゴリズムを，C言語プログラムの記法に沿って書け．ただし，頂点を表す構造体として以下に示す struct node {...}を用い，頂点xが訪問済みか否かを配列visited[x]で表し，頂点xから頂点yへの辺の有無を隣接行列adj[x][y]で表し，配列num[x]に番号num(x)を記憶する，とせよ．これらはG1などの入力に応じて適切に初期化されているとし，記述は省略して良い．解答は，適切な頂点xから訪問を開始して再帰的に番号づけを行う関数func1(x)と，func1()を適切に呼び出す関数main()の二つに分けて記述せよ．厳密なプログラムでなくても良いがアルゴリズムとしての制御流や主要な変数の設定・更新がわかるように書くこと．

```
struct node {      int   nodeid;  // 頂点の識別子.
                   char label[4];  // グラフの頂点の名前.
               }   node[N];       //   node[nodeid]が頂点1つを表す.
int visited[N];   // 頂点xが既に訪問済みならvisited[x]=1, 未だならvisited[x]=0.
int adj[N][N];     //   隣接行列.
int num[N];       // num[nodeid]が, 頂点nodeidに与えられたnum()の値. (値0で初期化.)
```

(4) 文字a, b, cからなる長さmの列Xと長さnの列Yを考えよう．X(またはY)を，添え字1から始まる文字配列x[]（またはy[]）で表し，Xの添え字iの文字x[i]に削除印(-)をつけて無視する操作をignore(X,i)とする．例えば，X=bacabにx[2]=aとx[5]=bの2文字を無視する操作ignore(X,2), ignore(X,5)を行うとb~~a~~ca~~b~~となり，これは列bcaを意味する．このような列を，Xの部分列と呼ぶ．このとき，XとYにignore()操作を何回か行い，XとYに共通する部分列で長さが最大となるものを発見したい．例えば，X=bacab, Y=cbcbaなら，上述したXへのignore()操作とYへのignore(Y,1), ignore(Y,4)により，列bcaがXとYに共通する長さ最大（3）の部分列である．

【次ページに続く】

【前ページから続く】

それでは，X と Y に共通する長さ最大の部分列の長さを match(m,n)としたとき，文字 x[m]と y[n]が等しいか否かで場合わけして，match(m,n)の再帰的な定義を与えよ．

(5) 上の定義に基づいて match(m,n)を計算したい．再帰を使わないでこの計算を行うアルゴリズムの概要を簡単に述べ，その<u>時間計算量</u>を m と n についてのオーダー記法で示せ．

根：root，行きがけ順：pre-order，帰りがけ順：post-order，必要十分条件：necessary and sufficient condition，かつ：logical AND，再帰：recursion，隣接行列：adjacency matrix，列：sequence，添え字：index (of array)，削除印：deletion mark，部分列：subsequence，共通する部分列：common subsequence，時間計算量 time complexity.

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

6　計算機の基本原理

1. 以下の問に答えよ．ただし，計算問題については，計算結果だけでなく計算過程も解答用紙に記入せよ．
   (1) 10 進数で表された 3 桁の数 108 を 8 ビットの 2 進数で表せ．
   (2) 10 進数で表された 3 桁の数-112 を 2 の補数表現を用いて 8 ビットの 2 進数で表せ．ただし，符号ビットは上記 8 ビットに含まれるものとする．
   (3) 上記の (1) で求めた数と (2) で求めた数を加算し，結果を 16 進数で表せ．
   (4) 算術オーバーフローとは何か？100 字（英語の場合は 70 ワード）以内で簡潔に説明せよ．

2. 4 エントリからなるキャッシュメモリ（以下キャッシュとする）を有するプロセッサがある．メモリアドレス空間を 4 ビット（0000〜1111．10 進数で表すと 0〜15）とし，上記のプロセッサが以下の 15 個のメモリアドレスに左から順にアクセスする場合を考える．

   7, 4, 4, 15, 7, 15, 3, 2, 15, 1, 10, 3, 4, 7, 15

   この時，以下の問に答えよ．ただし，解答用紙には結果だけでなく導出の過程も記入せよ．
   (1) キャッシュがフルアソシアティブ方式で動作しており，LRU (Least Recently Used) 法を採用している場合を考える．フルアソシアティブ方式はキャッシュのマッピング方式の 1 つであり，任意のメモリアドレスのデータをキャッシュ内の任意の場所にマップできる．また，LRU 法はキャッシュの置換アルゴリズムの 1 つであり，最も過去にアクセスされたデータを置換する．このキャッシュのヒット回数を示せ．
   (2) キャッシュがダイレクトマップ方式で動作する場合のヒット回数を示せ．ただし，オフセットは 0，インデクスにはメモリアドレスの下位 2 ビットを使用するものとする．
   (3) (2) のキャッシュのインデクス計算に使用するビットを，メモリアドレスの下位 2 ビットから上位 2 ビットに変更した場合のヒット回数を示せ．
   (4) 置換アルゴリズムの変更によって (1) のフルアソシアティブ方式のキャッシュのヒット回数を増やしたい．どのような置換アルゴリズムを採用すればよいか？ヒット回数を増やす置換アルゴリズムとそのアルゴリズムを採用した時のヒット回数を示せ．

10 進数： decimal number, 2 進数： binary number, 2 の補数： two's complement, 符号ビット： sign bit, 16 進数： hexadecimal number, 算術オーバーフロー： arithmetic overflow, キャッシュメモリ： cache memory, プロセッサ： processor, フルアソシアティブ方式： fully associative mapping, マッピング： mapping, メモリアドレス： memory address, 置換アルゴリズム： replacement algorithm, ダイレクトマップ方式： direct mapping, オフセット： offset, インデクス： index

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

7　数値計算

ベクトル $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ と行列 $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ に対して次のノルムを定義する。

$$\|\mathbf{x}\| := \max_{1\le i\le n} |x_i|,$$

$$\|A\| := \max_{1\le i\le n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|.$$

ここに、x_i, a_{ij} $(i, j = 1, \cdots, n)$ はそれぞれベクトル $\mathbf{x}$ の第 i 成分、行列 A の第 ij 要素である。

これらのノルムに対しては、通常のノルムの性質の他に次の不等式が成立する。

$$\|A\mathbf{x}\| \le \|A\|\|\mathbf{x}\|. \tag{1}$$

また、A が正則な場合に、その条件数 $\kappa(A)$ を

$$\kappa(A) := \|A^{-1}\|\|A\| \tag{2}$$

で定義する。ここに A^{-1} は行列 A の逆行列を意味する。

正則な行列 $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ およびベクトル $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ に対し、ベクトル $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ についての連立一次方程式

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{3}$$

を考える。以下、$\mathbf{x}$ は (3) の解として扱う。

方程式 (3) の右辺のベクトル $\mathbf{b}$ に誤差 $\Delta\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ が混入したとき、解 $\mathbf{x}$ に生じる誤差を $\Delta\mathbf{x}$ と置くと、

$$A(\mathbf{x} + \Delta\mathbf{x}) = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b} \tag{4}$$

が成り立つ。

【次ページに続く】

【前ページから続く】

以上について、次の問いに答えよ。
ただし $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ とし、解答では式 (1), (2), (3), (4) を用いて良い。

1. 誤差 $\Delta\mathbf{x}$ を A^{-1} と $\Delta\mathbf{b}$ で表せ。
2. 不等式

$$\frac{1}{\|\mathbf{b}\|} \geq \frac{1}{\|A\|\|\mathbf{x}\|} \tag{5}$$

が成立することを示せ。

3. ベクトル $\mathbf{b}$ と $\mathbf{x}$ の相対誤差をそれぞれ

$$e_b := \frac{\|\Delta\mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|},$$
$$e_x := \frac{\|\Delta\mathbf{x}\|}{\|\mathbf{x}\|}$$

とするとき、不等式

$$e_x \leq \kappa(A) e_b \tag{6}$$

が成立することを示せ。

4. ベクトル $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ が誤差を含む <u>測定値</u> として与えられ、各成分の <u>有効桁数</u> が <u>10 進表示</u> で 8 桁であるとする。このとき $\mathbf{b}$ の相対誤差は

$$e_b < 1.0 \times 10^{-6} \tag{7}$$

を満たすことを示せ。

5. $n = 2$ の場合の前問 4 の測定値 $\mathbf{b}$ を用いて $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ についての方程式

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{8}$$

を解く。このとき、得られる $\mathbf{x}$ の 10 進表示による有効桁数が必ず 8 桁以上となるかどうかを論ぜよ。ただし議論は評価式 (6) に基づいて行い、また連立一次方程式を解く過程では誤差は混入しないものとする。

ノルム：norm, 正則：regular, 条件数：condition number, 誤差：error, 測定値：measured values, 有効桁数：number of effective digits, 10 進表示：in decimal

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

8　離散数学とオートマトン

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ は自然数全体の集合であるとする．0も自然数とすることに注意する．$\mathbb{N}$ の要素の3つ組全体の集合を $\mathbb{N}^3$ で表す．すなわち，

$$\mathbb{N}^3 = \{(a, b, c) \mid a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{N}\}$$

とする．部分集合 $S \subset \mathbb{N}^3$ を次の3つの規則によって帰納的に (すなわち，再帰的に) 定義する．

[規則 1] $(0, 0, 0) \in S$，$(1, 0, 1) \in S$.

[規則 2] $(a, b, c) \in S$ ならば，$(a+1, b+1, c+3) \in S$.

[規則 3] 上の2つの規則で生成されるもののみが S の要素である．

以下の問いに答えよ．なお，それぞれの問いに対する解答において，それよりも前の問いの解答，もしくは，書かれている事実を用いてもよい．

問 1. 集合 S の要素 (a, b, c) の中で，$a = 0$ を満たすものをすべて挙げよ．(証明を記述する必要はなく，結果のみを記述すればよい．)

問 2. 集合 S の要素 (a, b, c) の中で，$a \in \{1, 2\}$ を満たすものをすべて挙げよ．(証明を記述する必要はなく，結果のみを記述すればよい．)

問 3. 集合 S の任意の要素 (a, b, c) に対して，$a + 2b = c$ が成り立つことを証明せよ．

問 4. 集合 S の任意の要素 (a, b, c) に対して，$a - b \in \{0, 1\}$ が成り立つことを証明せよ．

問 5. 集合 S 上の二項関係 $\preceq$ として，次のように定義されるものを考える．

任意の $(a, b, c), (a', b', c') \in S$ に対して，

$$(a, b, c) \preceq (a', b', c') \quad \Leftrightarrow \quad a + b + c \leq a' + b' + c'.$$

二項関係 $\preceq$ が S 上の半順序であることを証明せよ．すなわち，二項関係 $\preceq$ が次に挙げる3つの性質を満たすことを証明せよ．

【次ページに続く】

【前ページから続く】

性質 1. 任意の $t \in S$ に対して，$t \preceq t$ が成り立つ．

性質 2. 任意の $t, t' \in S$ に対して，$t \preceq t'$ かつ $t' \preceq t$ ならば，$t = t'$ が成り立つ．

性質 3. 任意の $t, t', t'' \in S$ に対して，$t \preceq t'$ かつ $t' \preceq t''$ ならば，$t \preceq t''$ が成り立つ．

問 6. 集合 S から集合 $\mathbb{N}$ への単射 $f\colon S \to \mathbb{N}$ が存在するかどうか答えよ．存在するならば，単射 f を 1 つ構成し，f が単射であることを証明せよ．存在しないならば，存在しないことを証明せよ．ここで，写像 $f\colon S \to \mathbb{N}$ が単射であるとは，任意の $t, t' \in S$ に対して，

$$f(t) = f(t') \quad \text{ならば} \quad t = t'$$

が成り立つことである．

自然数：natural number，集合：set，3 つ組：triple，部分集合：subset，帰納的に：inductively，再帰的に：recursively，要素：element，二項関係：binary relation，半順序：partial order，単射：injection，写像：map.