大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2021年8月17日実施）

【情報・ネットワーク工学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１２枚、解答用紙は３枚である。

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

4．選択問題の試験時間は120分である。

5．選択問題では、８科目の中から３科目を選んで解答すること。

6．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること）

7．解答は、科目ごとに別々の解答用紙（各科目ごとに１枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。

8．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

9．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１０．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2021 年 8 月 17 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

1　電気回路

[1] 図 1 に示す、抵抗 R、インダクタ L、キャパシタ C で構成される回路を考える。なお、V、I はフェーザ表記の電圧および電流であり、角周波数を ω、虚数単位は j で表すこととする。

(1) 角周波数 ω における a-b 間のインピーダンス Z を求めよ。(分数の分子及び分母が複素数となる場合は、各々実部および虚部にまとめること。ただし、分母の実数化は不要である。また、分数内に分数が残らないようにすること。)
(2) 電圧 V と電流 I が同相になる角周波数 ω を R、L、C を用いて表せ。
(3) 角周波数 ω において、抵抗 R とインダクタ L の値を固定して、キャパシタ C の値を変化させた。a-b 間のインピーダンスの絶対値 $|Z|$ が最大となる C の条件を R、L、ω を用いて表せ。
(4) (3)の条件における a-b 間のインピーダンスの絶対値 $|Z|$ を R、L、C を用いて表せ。

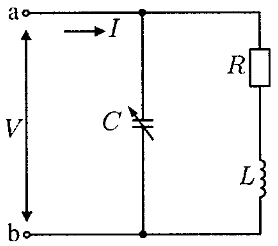


図 1

[2] 図 2 に示す、直流電源 E と 1 つのスイッチ SW、2 つの抵抗 R_1、R_2、キャパシタ C、インダクタ L で構成される回路を考える。時間 t<0 において、SW は開いているものとし、キャパシタ C に電荷は蓄えられていないものとする。
(1) 時間 t=0 においてスイッチ SW を閉じた場合の $t \geqq 0$ における回路に流れる電流 $i(t)$ を求めよ。
(2) $t \geqq 0$ における回路に流れる電流 $i(t)$ が時間に対して一定になるためには、R_1、R_2、L、C の間にどのような関係が必要であるか求めよ。

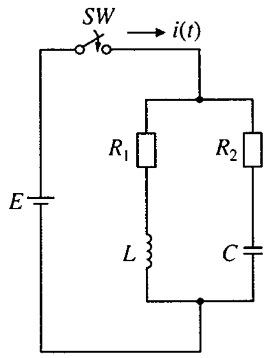


図 2

抵抗: resistor、インダクタ: inductor、キャパシタ: capacitor、フェーザ表記: Phasor expression、電圧: voltage、電流: current、角周波数: angular frequency、虚数単位: imaginary unit、分数: fraction、分子: numerator、分母: denominator、複素数: complex number、実部: real part、虚部: imaginary part、同相:in-phase、直流電源: DC power supply、スイッチ: switch 、SW は開いている: SW is open、スイッチ SW を閉じた: SW is closed

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2021 年 8 月 17 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

2　電磁気学

真空中の誘電率を ϵ_0，真空中の透磁率を μ_0，円周率を π として以下の問いに答えよ．

1. 以下のようないくつかの問題設定を考える．導体内部以外の領域は真空であるとして問いに答えよ．

   (a) 半径 a の円状閉回路に電流 I を流す．閉回路の中心軸上にあり，閉回路の中心からの距離が z の点における磁束密度の大きさを求めよ．

   半径 a の導体球と同心の導体球殻（内半径 b，外半径 c，$a < b < c$）からなる導体系を考え，外側の導体球殻に電荷 Q（$Q > 0$）を与える．

   (b) 電位 を球の中心からの距離 r の関数として表せ．なお，電位は無限遠を基準とする．

   (c) 外側の導体球殻を球殻の中心を通る軸のまわりに 角速度 ω で回転させたときの，導体球の中心における磁束密度の大きさを求めよ．解答に際しては，上の (a) で得られた結果を用いて構わない．

   上で考えた導体系において，最初に外側の導体球殻に与えた電荷を取り除き，改めて内側の導体球に電荷 Q（$Q > 0$）を与える．

   (d) 電位を球の中心からの距離 r の関数として表せ．なお，電位は無限遠を基準とする．

   (e) 外側の導体球殻を球殻の中心を通る軸のまわりに角速度 ω で回転させたときの，導体球の中心における磁束密度の大きさを求めよ．解答に際しては，上の (c) で得られた結果を用いて構わない．

2. 真空中に，半径 a，単位長さあたりの巻き数 n の無限に長いソレノイドコイルがある．このソレノイドコイルに電流 I を流すとき，以下の問いに答えよ．

   (a) ソレノイドコイルの内側，および外側の磁束密度の大きさを求めよ．

   (b) ソレノイドコイルの内側にためられている単位長さあたりの磁気エネルギーを求めよ．

   (c) ソレノイドコイルの内部に，ソレノイドコイルの中心軸と軸を共通とする半径 b ($b < a$)，巻き数 1 の小さなコイルを置く．この小さなコイルを，ソレノイドコイルの軸と直交する回転軸の周りに角速度 ω で回転させたとき，小さなコイルに発生する誘導起電力の最大値を求めよ．

真空（vacuum），誘電率（permittivity），透磁率（magnetic permeability），円周率（the ratio of the circumference），導体（conductor），円状閉回路（circular closed loop），電流（electric current），磁束密度（magnetic flux density），球殻（spherical shell），電荷（charge），電位（electrostatic potential），関数（function），無限遠（infinite distance），角速度（angular velocity）ソレノイドコイル（solenoid coil），磁気エネルギー（magnetic energy），誘導起電力（induced electromotive force）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

3　確率統計

ある感染症の発症間隔を確率変数 X とする．確率変数 X はパラメータ β をもつ次の確率密度関数に従うものとする．

$$f_X(x) = \beta^2 x\, \mathrm{e}^{-\beta x} \quad (x > 0) \tag{A}$$

ただし，$\beta > 0$ であり，e は自然対数の底である．このとき，以下の各問いに答えよ．なお，必要に応じて

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^n}{\mathrm{e}^x} = 0 \quad (n = 0,\, 1,\, 2,\, \cdots)$$

を用いても良い．

(1) 確率変数 X の積率母関数 $\varphi(\theta) = E\left[\mathrm{e}^{\theta X}\right]$ $(\theta < \beta)$ を求めよ．

(2) X の期待値 $E[X]$ および分散 $V[X]$ を求めよ．

(3) n 個の標本 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ が互いに独立に (A) の分布に従うとする．これらの標本値をそれぞれ $x_1, x_2, \cdots, x_n$ とするとき，パラメータ β の最尤推定値 $\hat{\beta}$ を求めよ．

この感染症のウイルスが一部突然変異し，(A) と同じパラメータ β をもつ次の確率密度関数に従う確率変数 Y で表される発症間隔となった．

$$f_Y(y) = \beta\, \mathrm{e}^{-\beta y} \quad (y > 0)$$

これら二つの株の発症間隔の合計を $Z = X + Y$ とする．ただし，X と Y は独立であるとする．このとき，以下の各問いに答えよ．

(4) 確率変数 Z の確率密度関数 $f_Z(z)$ $(z > 0)$ を求めよ．

(5) $\beta = 1$ であるとき，二つの株の発症間隔の合計が 2 以上となる確率 $P(Z \geq 2)$ を求めよ．ただし，$\mathrm{e} = 2.7$ とし，有効数字二桁で答えよ．

感染症: infection, 発症間隔: serial interval, 確率変数: random variable, パラメータ: parameter, 確率密度関数: probability density function, 自然対数の底: base of the natural logarithm, 積率母関数: moment generating function, 期待値: expectation, 分散: variance, 標本: sample, 独立: independent, 標本値: sample value, 最尤推定値: maximum likelihood estimate, ウイルス: virus, 突然変異: mutation, 株: strain, 合計: sum, 有効数字: significant digits

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2021 年 8 月 17 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

4　信号処理

問題 A.

(1) $X(f)=\delta(f-f_0)$の逆フーリエ変換を導出せよ．ただし，$\delta(*)$はディラックのデルタ関数であり，逆フーリエ変換は次式で与えられる．j は虚数である．

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}X(f)\exp(j2\pi ft)\,df$$

(2) $x(t)=\cos(2\pi f_0 t)$のフーリエ変換を求めよ．ただし，フーリエ変換は次式で与えられる．

$$X(f)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\exp(-j2\pi ft)\,dt$$

(3) 関数 $y(t)$ のフーリエ変換を $Y(f)$ とする．$Y(f-f_0)$ の逆フーリエ変換を求めよ．ただし，$Y(f-f_0)=Y(f)*\delta(f-f_0)$ の関係式を用いてよい．$*$ は畳み込みを表す．

(4) $x(t)=\cos(2\pi f_0 t)$とし，窓関数 $w(t)$ のフーリエ変換を $W(f)$とする．$x_w(t)=x(t)w(t)$ のフーリエ変換を求めよ．

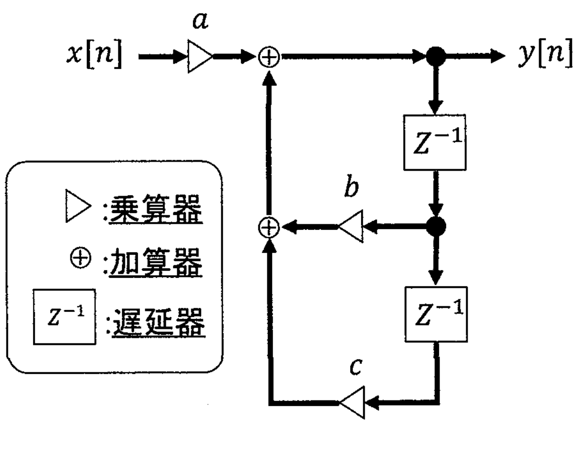
(5) $x(t)=\cos(2\pi f_0 t)$ とし，窓関数 $w_R(t)$ が次式で表されるとする．

$$w_R(t)=\begin{cases}1 & (|t|\le T)\\ 0 & (|t|>T)\end{cases}$$

$z(t)=x(t)w_R(t)$ のフーリエ変換を求めよ．

問題 B.

右図に示すディジタルシステムについて以下の問いに答えよ．ただし，システムの入力を$x[n]$，出力を $y[n]$ とする．



(1) 入出力の関係を示す差分方程式を導出せよ．

(2) このシステムの伝達関数 $H(z)$を求めよ．

(3) $c=-1$の時の周波数応答 $H(\mathrm{e}^{j\Omega})$ を求めよ．

(4) (3) で求めた周波数応答において，$a=-4$ 及び $b=-2$ のとき，$\left|H(\mathrm{e}^{j\Omega})\right|=2$ を満たす Ω を $-\pi\le\Omega\le\pi$ の範囲で求めよ

逆フーリエ変換：inverse Fourier transform，ディラックのデルタ関数：Dirac's delta function，フーリエ変換：Fourier transform，畳み込み：convolution，窓関数：widowing function，乗算器：multiplier，加算器：adder，遅延器：unit delay，差分方程式：difference equation，伝達関数：transfer function，周波数応答：frequency response

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

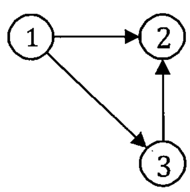
5　アルゴリズムとデータ構造

1) キューのＣ言語のプログラムの一部を次に示す。キューに整数要素を追加する関数putと、キューから要素を取り出し、出力する関数getを書け。キューが空のときに get が呼ばれた場合の処理やキューが満杯のときに put が呼ばれた場合の処理は書かなくて良い。C 言語の文法に厳密に従わなくても良い。

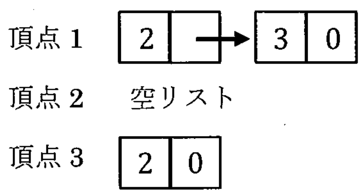
```
int queue[max+1];   // maxはキューに入る要素の個数の最大値を表す定数
int head, tail;     // headは先頭位置を表し、tailは末尾の位置を表す。

void queueinit () { head = 0; tail = 0; }
int queueempty () { return head == tail;}
```

2) 有向グラフの隣接リストを次のように配列numberとnextで表現する。頂点に1からNまでの番号を割り当て、有向辺（以降、単に辺と呼ぶ）にN＋1からN＋Mまでの番号を割り当てる。各頂点iに対して、next[i]は頂点iの隣接リストの最初の頂点への辺を表す。また、頂点iから出る各辺kに対して、number[k]は辺kが指す頂点を表し、next[k]は隣接リストの次の頂点への辺を表す（頂点がない場合は0とする）。

例えば、図 1(a)では頂点1から頂点2と3に辺が出ているので、(b)の頂点1の隣接リストでは最初の頂点を2、次の頂点を3としている。(c)の配列表現では、頂点1の隣接リストの最初の頂点が2なので、next[1]は辺(1,2)の番号4であり、number[4]はこの辺が指す頂点2であり、next[4]は辺(1,3)の番号5である。



(a) 有向グラフ



(b) 隣接リスト

		number	next
頂点	1		4
	2		0
	3		6
辺(1,2)の番号	4	2	5
辺(1,3)の番号	5	3	0
辺(3,2)の番号	6	2	0

(c) 配列表現

図１　有向グラフの表現の例

(ア) 図２の有向グラフを表現する配列numberとnextを書け。頂点の番号は図２に書かれている通りに割り当て、辺の番号は(1,3), (1,5), (2,1), (2,3), (3,4), (4,1), (5,4)の順に6番から12番までを割り当てる。同じ隣接リストに含まれる頂点の順番は指定しない。

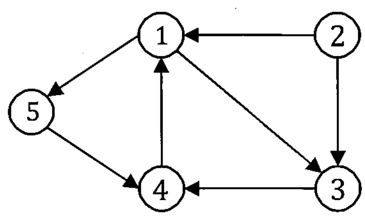


図２　有向グラフ

【次ページに続く】

【前ページから続く】

(イ) 次のＣ言語のプログラムでは構造体edgeにより辺を表現している。関数constructは辺を要素としてもつ配列Eを入力として受け取る。このとき、constructがEからnumberとnextを計算するものとなるように空欄内に必要な処理を書け。ただし、Eの位置1からMまでに辺が任意の順番で入れられている。辺の番号はこの順に従い割り当てる。辺E[k]の２頂点はE[k].sとE[k].tで参照できるものとする。Ｃ言語の文法に厳密に従わなくてもよい。

```
int number[N+M+1], next[N+M+1]; // ＮとＭは頂点の個数、辺の個数を表す定数
struct edge { int s; int t; };  // ｓからｔへの有向辺を表す構造体

void construct (struct edge E[M+1])
  {
    for (int k = 1; k <= N+M; k++) { number[k] = 0; next[k] = 0; }
    for (int k = 1; k <= M; k++)
      {
        [                                        ]
      }
  }
```

(ウ) 図２の有向グラフを表現するように配列number, nextが適切に計算されているとせよ。このとき、次のＣ言語のプログラムに示されている通り、関数visitを頂点1で呼び出すとき、キューから取り出される頂点の順番を答えよ。

```
int val[N+1];

void visit (int k)
  {
    put(k); val[k] = 1;
    while(!queueempty())
      {
        k = get();   // ここでキューから頂点が取り出される
        for (int i = next[k]; i != 0; i = next[i])
          if (val[number[i]] == 0)
            { put(number[i]); val[number[i]] = 1; }
      }
  }

main ()
  {
    queueinit();
    for (int k = 1; k <= N; k++) val[k] = 0;
    visit(1);
  }
```

キュー：queue, 有向グラフ：directed graph, 隣接リスト：adjacency list, 頂点：vertex, 有向辺：directed edge

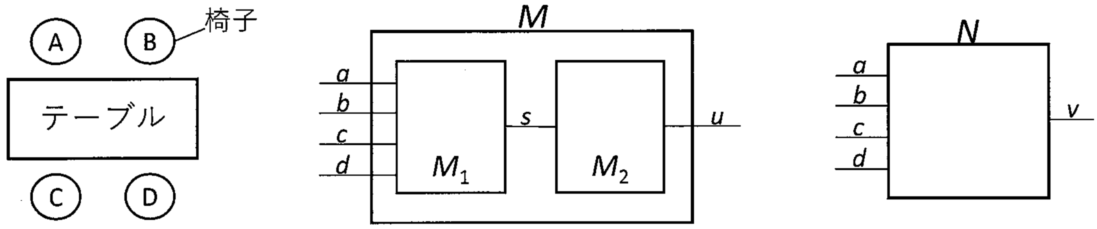
選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

6　計算機の基本原理

あるレストランのテーブルには 4 人分の椅子 A, B, C, D があり, それぞれの椅子に取り付けられたセンサーによって着席の有無を一定時間毎に判定できるようになっている．ここで長時間の密な着席を判定するためのクロック同期式論理回路 M, N をミーリーマシン(出力が現状態と入力によって決まる回路) として設計したい．



a, b, c, d は入力用の論理変数で，対応する大文字の椅子に着席していた場合に 1，着席していない場合に 0 になる．u, v は出力用の論理変数であり，u は 3 人以上の着席が 3 回続いた時に限り 1 となり，v は 3 人以上の着席が 3 回続くか 4 人の着席が 2 回続いた時に限り 1 となる．

M は，入力として a, b, c, d を，出力として u をもつ順序回路である．N は，入力として a, b, c, d を，出力として v をもつ順序回路である．

以下は 10 分毎のクロック周期 i に合わせて入力が変化した際の M, N の動作の例を示したものである．

周期 i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	⋯
a	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	⋯
b	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	⋯
c	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	⋯
d	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	⋯
u	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	⋯
v	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	⋯

【次ページに続く】

【前ページから続く】

問 1. Mの回路を組み合わせ回路M_1と順序回路M_2の二つに分けて設計する．M_1は，a,b,c,dを入力としてsを出力する．sはMの内部の中間的な論理変数であり，3 人以上が同時に着席している時に限り 1 となる．M_2は，sを入力してuを出力する．

a) sをa,b,c,dの論理変数を用いた論理式で表せ．その際にはなるべく簡単な加法標準形(積和標準形)で書くこと．なお，論理和には$+$，論理積には$\cdot$，論理否定には $\bar{}$ の記号を使うこと．

b) 状態数が最小となるようなM_2の状態遷移図を書け．

c) 問 1b) で求めた状態遷移図に対し状態割り当てを行い，次の状態$(q'_0, q'_1, \cdots)$と出力uを，現在の状態$(q_0, q_1, \cdots)$と中間変数sを用いた論理式で表せ．その際なるべく簡単な加法標準形を用いよ．

d) D 型フリップフロップと論理ゲートを用いてMを構成せよ．D 型フリップフロップは入力 D, 出力 Q を持ち，D に入力された値をその周期の間保持し，それを Q に出力するものとする．また論理ゲートは，AND, OR, NOT の三種類だけを用いて構成せよ．

問 2. Mと同様にしてNを設計したい．

a) 状態数が最小となるようなNの状態遷移図を書け．その際中間変数を適宜定義して使ってもよい．

b) 問 1d) と同様に，D 型フリップフロップと論理ゲートを用いてNの回路を構成せよ．その際なるべく簡単な加法標準形を用いた論理式を求めた後に，AND, OR, NOT の三種類だけを用いた論理ゲートで構成すること．

クロック同期式論理回路: synchronous logic circuit, ミーリーマシン: Mealy machine, 論理変数: logical variable, 順序回路: sequential circuit, クロック周期: clock cycle, 組み合わせ回路: combination circuit, 順序回路: sequential circuit, 論理式: logic equation, 加法標準形: disjunctive normal form, 論理和: OR, 論理積: AND, 論理否定: NOT, 状態数: number of states, 状態遷移図: state transition diagram, D 型フリップフロップ: D flip-flop, 論理ゲート: logic gate

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

7　数値計算

λ を与えられた複素定数とし，時刻 t とともに変化する複素変数 x に関する常微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = \lambda x \qquad ①$$

を考える．時刻 t について $t_0, t_1, \ldots$ と一定の間隔 h で離散化し，$t = t_n$ における x の数値解を x_n と書くとき，以下の問いに答えよ．答案には結果だけでなく，答えに至る過程も記すこと．

(1)　前進差分とは，時刻 t_n における時間微分を，時刻 t_n における変数の値 x_n と，前進した時刻 t_{n+1} における変数の値 x_{n+1} などとの差分で表す離散化手法である．① 式左辺の時間微分を 1 次の前進差分によって表せ．

(2)　後退差分とは，時刻 t_n における時間微分を，時刻 t_n における変数の値 x_n と，後退した時刻 t_{n-1} における変数の値 x_{n-1} などとの差分で表す離散化手法である．① 式左辺の時間微分を 1 次の後退差分によって表せ．

(3)　① の左辺で，時刻 t_n における時間微分を 1 次の前進差分によって表すと，陽的 Euler 法が導かれる．このとき x_{n+1} を x_n, λ, h を用いて表せ．

(4)　① の左辺で，時刻 t_{n+1} における時間微分を 1 次の後退差分によって表すと，陰的 Euler 法が導かれる．このとき x_{n+1} を x_n, λ, h を用いて表せ．

以下では，陽的・陰的 Euler 法の数値安定性について考えたい．複素数 γ を

$$\gamma = \frac{x_{n+1}}{x_n}$$

と定義すると，$|\gamma|$ は 1 時間ステップあたりに数値解の大きさ $|x_n|$ が増加する割合を表し，この値が 1 より大きければ数値解は $t \to \infty$ で発散する．① の厳密解は

$$x = x_0 e^{\lambda(t-t_0)}$$

であるので，複素数 λ の実部を $\mathrm{Re}\lambda$ と書くことにすると，$\mathrm{Re}\lambda > 0$ のときに $|x_n|$ が増加するのは方程式の性質からも正しいことである．ところが，$\mathrm{Re}\lambda < 0$ であるにもかかわらず $|x_n|$ が増加するなら，それは離散化によってもたらされた正しくない振舞いであって，避けなければならない．ここでは $\mathrm{Re}\lambda$ の正負に関わらず

$$|\gamma| \leq 1 \qquad ②$$

を安定性条件と考える．複素数 z を $z = \lambda h$ として，以下の問いに答えよ．

【次ページに続く】

【前ページから続く】

(5) (3) で求めた陽的 Euler 法について，安定性条件 ② が満たされる z の範囲を複素平面上に図示し，λ が実数や純虚数の場合などを考えることによって，時間ステップ幅 h と数値安定性の関係について述べよ．

(6) (4) で求めた陰的 Euler 法について，安定性条件 ② が満たされる z の範囲を複素平面上に図示し，λ が実数や純虚数の場合などを考えることによって，時間ステップ幅 h と数値安定性の関係について述べよ．

常微分方程式: ordinary differential equation，離散化: discretization，数値解: numerical solution，前進差分: forward difference，1 次: first order，後退差分: backward difference，陽的: explicit，Euler 法: Euler method，陰的: implicit，数値安定性: numerical stability，時間ステップ: time step，厳密解: exact solution，安定性条件: stability criterion

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

8　離散数学とオートマトン

1. 3 つの集合 $A=\{a,b,c,d,e,f\}$，$B=\{1,2,3,4,5,6\}$ および $C=\{\alpha,\beta\}$ に対して，写像の集合 $F=\{f \mid f: A\to B\}$ および $G=\{g \mid g: B\to C\}$ を考える．
   (1) F と G の要素数 $|F|$, $|G|$ をそれぞれ答えよ．
   (2) F の中で全射なものの個数を答えよ．また G の中で全射なものの個数を答えよ．
   (3) F の中で全単射なものの個数を答えよ．

2. 集合 A を要素数 n の有限集合とする．
   A 上の関係とは，直積 $A\times A=\{(a,b) \mid a\in A, b\in A\}$ の部分集合で定義される．
   (1) A 上の関係のうち，反射律を満たすものはいくつあるか答えよ．
   (2) A 上の関係のうち，反射律を満たし，かつ対称律を満たすものはいくつあるか答えよ．
   (3) A 上の関係のうち，反対称律を満たすものはいくつあるか答えよ．
   (4) A の分割 P とは，次を満たす集合である．
      - 任意の $X\in P$ に対して，$X\subseteq A$ かつ $X\neq\emptyset$.
      - 任意の $X,Y\in P$ に対して，$X\neq Y$ ならば $X\cap Y=\emptyset$.
      - 任意の $x\in A$ に対して，ある $X\in P$ が存在し，$x\in X$.

      A の分割 P が与えられたとき，次のように定義される関係 R が同値関係であることを示せ．
      $$R=\bigcup_{Y\in P} Y\times Y.$$

写像 (mapping), 要素数 (cardinality), 全射 (surjection), 全単射 (bijection) 有限集合 (finite set), 関係 (relation), 直積 (cartesian product), 反射律 (reflexivity), 対称律 (symmetry), 反対称律 (antisymmetry), 分割 (partition), 同値関係 (equivalence relation)