

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試 入学試験問題
(2023年8月17日実施)

【情報・ネットワーク工学専攻】

専門科目： [必須問題]

※注意事項

1. 試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。
2. 必須問題の冊子はこの注意事項を含めて3枚、解答用紙は2枚である。
3. 試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
4. 必須問題の試験時間は90分である。
5. 必須問題は2問である。すべての問題を解答すること。
6. 解答は、指定された解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
7. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。
8. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。
9. 解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

必須問題

情報・ネットワーク工学専攻

「線形代数」

1

$$\text{行列 } A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -1 & -7 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \\ 0 & 4 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \text{ と } \mathbb{R}^4 \text{ のベクトル}$$

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 2 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

に関して、次の問いに答えよ。

- (1) A の行列式 $\det A$ を求めよ。
- (2) $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ の生成する \mathbb{R}^4 の 部分空間 を V と表すとき、 $\mathbf{p}_3 \in V$ であることを示せ。
- (3) $i = 1, 2, 3$ のとき、「 \mathbf{p}_i は α_i に対する A の 固有ベクトル である」という条件を満たす実数 α_i は存在するか。存在するならばそのような α_i を求め、存在しないなら理由を書け。
- (4) (3) で求めた α_i のうちで最小のものを α とする。 A の α に対する 固有空間 の 基底 を求めよ。ただし、基底をなすベクトルはすべての成分が整数となるように選べ。
- (5) 自然数 n に対して、 $A^n \mathbf{p}_3$ を求めよ。

部分空間：subspace, 固有ベクトル：eigenvector, 固有空間：eigenspace, 基底：basis

必須問題

情報・ネットワーク工学専攻

「微分積分」

2

以下の問いに答えよ。

(1) 2つの関数

$$f(x, y) = x^2 + y^2, \quad g(x, y) = f(x - y - 1, 2x + y - 2) + 19$$

を考える。曲面 $z = g(x, y)$ 上の点 $(1, 1, g(1, 1))$ における接平面を P とし、 P の方程式を $z = h(x, y)$ とする。

(i) $h(x, y)$ を求めよ。

(ii) 曲面 $z = f(x, y)$ 上の点であり、かつ、平面 P 上の点であるような点のうち、 z 座標が最大となる点の座標 (a, b, c) を求めよ。

(2) 次の重積分の値を求めよ。

$$(i) I = \iint_D e^{y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid y^3 \leq x \leq y, 0 \leq y \leq 1\}$$

$$(ii) J = \iint_E \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy, \quad E = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0\}$$

(3) 自然数 n に対して、 $L_n = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1}{nj + nk + n^2}$ とする。区分求積法により、極限值

$L = \lim_{n \rightarrow \infty} L_n$ を求めよ。

接平面：tangent plane, 重積分：multiple integral, 区分求積法：quadrature by parts