大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2020年8月18日実施）

【機械知能システム学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

１．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

２．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１４枚、解答用紙は４枚である。
（予備用２枚を含む。計算用紙は含まない。）

３．試験開始の合図の後、すべての解答用紙に受験番号を記入すること。
（予備用２枚を含む）

４．選択問題の試験時間は90分である。

５．選択問題では、８科目の中から２科目を選んで解答すること。
（予備用の解答用紙に３科目以上の解答を記入しても採点しない。）

６．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は科目の番号が記入された解答用紙についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること。使わなかった予備用の解答用紙には科目の番号は記入不要。）

７．解答には、科目ごとに別々の解答用紙を使用すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。必要ならば解答用紙の裏面を使用してもよいが、その場合は表面の下部に「裏面へ続く」と記入すること。

８．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

９．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１０．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

以下の問１，問２，問３に答えよ．

問１．図１に示すように，長さ ℓ の単純支持はりに分布荷重 $w(x)=w_0x/\ell$ が作用している．はりの曲げ剛性を EI とする．A 点を x 座標の原点(x=0)とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 支点 A と支点 B の支点反力 R_A と R_B を求めよ．

(2) x の任意の位置($0\leqq x\leqq\ell$)におけるはりのせん断力 F と曲げモーメント M を x の関数として表せ．

(3) x の任意の位置($0\leqq x\leqq\ell$)におけるはりのたわみ角 θ とたわみ曲線 y を x の関数として表せ．

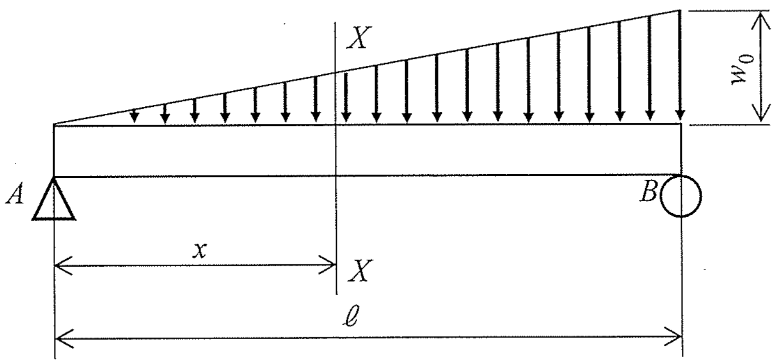

図 1

キーワード：Keyword

長さ : length, 単純支持はり : simply supported beam, 分布荷重 : distributed load, 曲げ剛性 : flexural rigidity, 支点 : supporting point, 反力 : reaction force, せん断力 : shearing force, 曲げモーメント : bending moment, 関数 : function, たわみ角 : slope, たわみ曲線 : deflection curve

【次ページへ続く】

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

【前ページから】

問２．図２に示すように，２枚の長さ ℓ の鋼板の間に長さ ℓ の銅板を接着して積層板を製作した．このとき積層板に応力は発生していない．鋼板と銅板それぞれの横断面の断面積を A_S, A_C，縦弾性係数を E_S, E_C，線膨張係数を α_S，α_C とし，$\alpha_S < \alpha_C$ とする。積層板の温度を ΔT だけ上昇させたとき，次の問いに答えよ．

(1) 鋼板と銅板に生じる熱応力 σ_S と σ_C を求めよ．

(2) 積層板の伸び量 δ を求めよ．

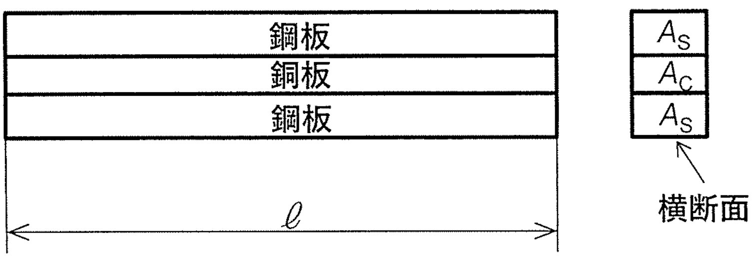

図 2

キーワード：Keyword

長さ：length, 鋼板：steel plate, 銅板：copper plate, 積層板：laminated plate, 応力：stress, 断面積：cross-sectional area, 縦弾性係数：Young's modulus, 線膨張係数：coefficient of thermal expansion, 温度：temperature, 熱応力：thermal stress, 伸び量：elongation

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

【前ページから】

問３．図 3 に示すように，直径 d，長さ ℓ_1, ℓ_2 の 2 本の丸棒 1, 2 のそれぞれの片端を剛体壁に固定した．丸棒 1 の自由端 B を角度 ϕ ねじった状態で保持し，丸棒 1 の自由端 B と丸棒 2 の自由端 C を接合して離したとする．せん断弾性係数を G として，次の問いに答えよ．

(1) 丸棒 1 と丸棒 2 に生じるねじりモーメント T_1 と T_2 を求めよ．

(2) 丸棒 1 と丸棒 2 に生じるねじれ角 ϕ_1 と ϕ_2 を求めよ．

(3) 丸棒 1 と丸棒 2 に蓄えられるねじりのひずみエネルギー U_1, U_2 を求めよ．

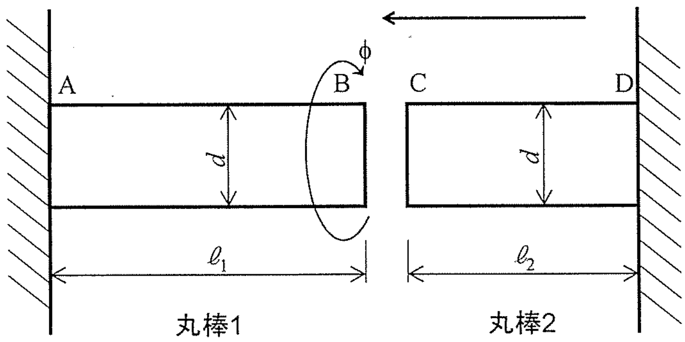

図 3

キーワード：Keyword

直径 : diameter, 長さ : length, 丸棒 : round bar, 剛体壁 : rigid wall, 自由端 : free end, 角度 : angle, せん断弾性係数 : shear modulus, ねじりモーメント : torsional moment, ねじれ角 : angle of torsion, ひずみエネルギー : strain energy

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

2　機械力学

以下の問１，問２に答えよ．

問１．図１に示すように，長さ $3l$，質量 m の断面一様な剛体棒が，上の端点 A までの長さが $2l$，下の端点 B までの長さが l となる点 O を支点にして回転するように取り付けられた倒立振子を考える．点 O から垂直上方向に距離 a の位置にばね定数 k，$2k$ のばねが，剛性棒が鉛直のときに剛性棒に対して直角になるように左右の壁に取り付けられている．壁は静止平衡状態で剛性棒が鉛直となるように置かれている．剛性棒の傾き角 θ は十分に小さいとしてよく，ばねの力は常に水平方向に働くものとする．重力加速度を g とし，摩擦は無視できるとする．以下の問いに答えよ．

（１）O 点まわりの剛性棒の慣性モーメントを求めよ．

（２）傾き角 θ に関する運動方程式を求めよ．

（３）振子が振動するための k の条件と，その時の固有角振動数を求めよ．

次に，図１の倒立振子に，質量 $2m$ の質点を剛性棒の上の端点 A に取り付け，さらに粘性減衰係数 c の減衰器を，図２のように点 O から垂直下方向に距離 b の位置に，剛性棒が鉛直のときに剛性棒に対して直角になるように取り付けた場合を考える．以下の問いに答えよ．

（４）傾き角 θ に関する運動方程式を求めよ．

（５）振子が減衰振動するための c の条件を示せ．

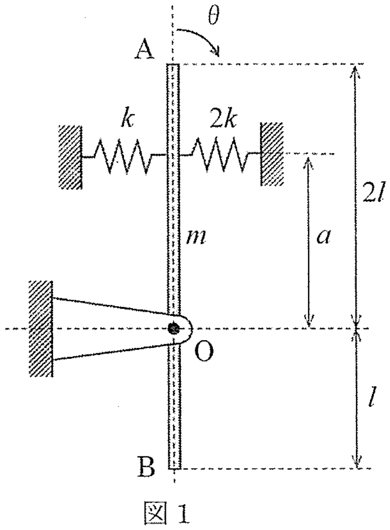

図１

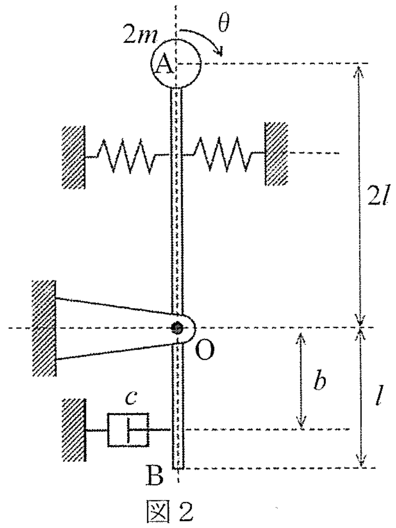

図２

キーワード：Keyword

長さ：length，質量：mass，断面一様な剛体棒：rigid rod with uniform section，端点：endpoint，支点：pivot，回転する：rotatable，倒立振子：inverted pendulum，垂直上方向：vertically upward direction，距離：distance，位置：point，ばね定数：spring constant，鉛直：vertical，直角：orthogonal，壁：wall，静止平衡状態：static balance，傾き角：slant angle，十分に小さい：small enough，力：force，水平方向：horizontal direction，重力加速度：acceleration of gravity，摩擦：friction，無視できる：negligible，O 点まわり：around O，慣性モーメント：moment of inertia，運動方程式：equation of motion，振動する：vibrate，条件：condition，固有角振動数：natural angular frequency，質点：mass point，粘性減衰係数：viscous damping coefficient，減衰器：damper，垂直下方向：vertically downward direction，減衰振動：damped vibration

【次ページへ続く】

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

2　機械力学

【前ページから】

問２．図３に示すような，２つの台車および３つのばねからなる振動系を考える．質量 $2m$ の台車１は水平面上に置かれ，ばね定数 $2k$ のばねで壁と連結されている．質量 m の台車２は台車１の上に置かれ，ばね定数 k の２つのばねで台車１と連結されている．台車１には調和外力 $F_0 \sin \omega t$ が水平方向に入力される．２つの台車は摩擦なく水平方向にのみ移動する．ばねの質量は無視できるものとする．以下の問いに答えよ．

（１） 図３に示すばねが自然長のときの位置Ｏからの台車１，２の絶対変位 x_1, x_2 を用いて，それぞれの台車の運動方程式を示せ．

（２） 調和外力がない（$F_0 = 0$）として，この系の固有角振動数 ω_1，ω_2（$\omega_1 < \omega_2$ とする）と各固有振動数に対応する固有振動モードを求めよ．また，各固有角振動数によって生じる振動運動にはどのような違いがあるか，台車１と台車２の運動の関係に基づいて答えよ．

（３） $F_0 \neq 0$ かつ $\omega \neq \omega_1$ かつ $\omega \neq \omega_2$ であるとして，台車１，２の定常応答の振幅 A_1，A_2 を求めよ．

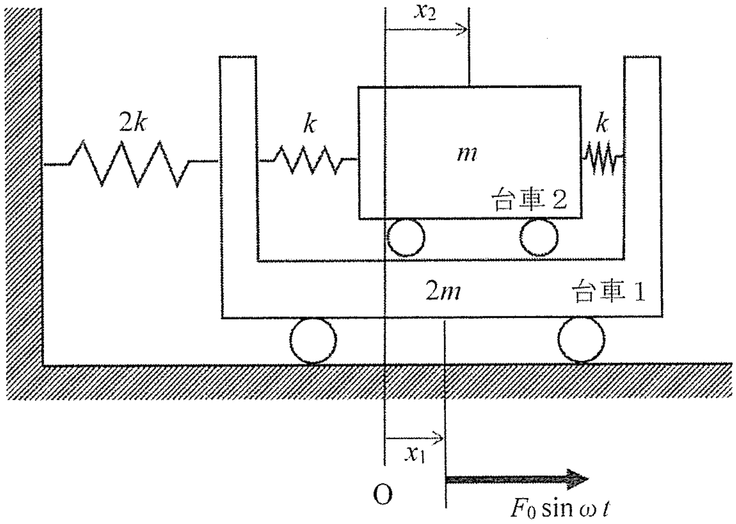

図３

キーワード：Keyword

台車：trolley，ばね：spring，振動系：vibration system，質量：mass，水平面：horizontal surface，ばね定数：spring constant，壁：wall，調和外力：harmonic external force，水平方向：horizontal direction，摩擦なく：friction is negligible，無視できる：negligible，自然長：natural length，位置：point，絶対変位：absolute displacement，運動方程式：equation of motion，固有角振動数：natural angular frequency，固有振動モード：natural mode of vibration，定常応答：steady-state response，振幅：amplitude

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

3　熱力学

以下の問 1，問 2，問 3 に解答せよ．

問1.　狭義の理想気体について，定圧比熱を c_p [J/kg·K]と定積比熱を c_v [J/kg·K]とする．この理想気体は水平方向に可動するピストンの中に，圧力 P [Pa]，体積 V [m^3]で充填されている．その気体の質量は M [kg]，気体定数は R [J/kg·K]である．ただし，気体がする外部仕事に損失はないものとする．理想気体の温度が ΔT [K]変化した場合，以下の問いに答えよ．

(1) 各々の理想気体が，それぞれ，定圧変化の過程のみで得た熱量 Q_1 [J]と，定積変化の過程のみで得た熱量 Q_2 [J]を，それぞれ求めよ．

(2) 定圧変化で体積が ΔV [m^3]変化したときの仕事 L_1 [J]と，定積変化の仕事 L_2 [J]について，それぞれ求めよ．

(3) 内部エネルギーの総和 E [J]について，定圧変化 E_1 [J]と定積変化 E_2 [J]の場合について，それぞれ求めよ．

(4) 2 つの比熱 c_p と c_v について，$c_p = c_v + R$ が成立することを証明せよ．ただし，温度変化による物性の変化は無視できるものとする．

(5) 比熱比 κ と R を用いて，c_p と c_v をそれぞれ示せ．

問2.　逆カルノーサイクルで運転する冷暖房機で室温を一定に保ちたい．以下の運転条件においてそれぞれの問いに答えよ．

(1) 夏場に冷房運転している状態とし，外気温 320 [K]の時に室温を 300 [K]に保ちたい．室内への外部侵入熱が 3 kW の時，必要最小動力を求めよ．

(2) 冬場に暖房運転している状態とし，外気温 270 [K]の時に室内を 300 [K]に保ちたい．室内からの熱損失が 5 kW の時，必要最小動力を求めよ．

問3.　ある自動車のエンジンは，燃料の発熱量に対して熱効率 50 %で稼働し，30 kW の出力で走行している．使用する燃料の発熱量が 50×10^6 J/kg である．以下の問いに答えよ．ただし，走行中にエンジンの出力や熱効率は変化しないものとする．

(1) このエンジンが 1 時間あたり消費する燃料の質量 M [kg/h]を求めよ．

(2) このエンジンの熱効率を 50 %から 60 %に改善して同じ出力を取り出す場合，50 %の場合と比較して 1 時間あたりに節約可能な燃料の質量 ΔM [kg/h]を求めよ．

キーワード：　Keyword
理想気体：ideal gas，定圧比熱：constant pressure specific heat，定積比熱：isothermal specific heat，圧力：pressure，体積：volume，質量：mass，気体定数：gas constant，仕事：work，温度：temperature，熱量：heat，内部エネルギー：internal energy，物性：physical property，比熱比：specific heat ratio，逆カルノーサイクル：reverse Carnot cycle，冷暖房機：air conditioner，室温：room temperature，侵入熱：heat penetration，必要最小動力：minimum required power，熱損失：heat loss，自動車：car，エンジン：engine，燃料：fuel，発熱量：heat value，熱効率：heat efficiency，出力：power capacity，消費：consumption，節約：saving; economy

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

4　流体力学

以下の問 1.　2.　3. に解答せよ

問1.

(1) 空欄①〜⑧を埋めよ。

- ニュートン流体とは、せん断応力と速度勾配が粘性係数μを介して①　　関係にある。このμの単位は　②　　で表される。
- レイノルズ数は③　　　力と④　　　力の比を表す無次元数である。幾何学的に同じ流れにおいてレイノルズ数が同じであれば、流れは⑤　　となる。
- 一定の圧力勾配で駆動され完全発達した、直円管内層流の速度分布は⑥　　分布である。円管直径を D、速度 U、流体の密度ρおよび粘性係数μを用いて、レイノルズ数は Re=⑦　　で定義される。壁面せん断応力をτ_wとすれば壁面摩擦係数は Cf=⑧　　で定義される。

(2) 流線、流脈線、流跡線の定義を、それぞれ 50 文字程度で説明せよ。

(3) 流体記述におけるラグランジュの方法およびオイラーの方法を、それぞれ 50 文字程度で説明せよ。

問2.　　2 次元デカルト座標系において、x および y 方向の速度成分 u, v が $u=x^2-y^2$, $v=-2xy$ で表される。

(1) 非圧縮流であることを証明せよ。

(2) x 方向および y 方向の加速度を答えよ。

(3) 渦度を答えよ。

問3.　　軸を共通とする二重円筒間の流れ（図 1）を考える。外側円筒の半径を a、内側円筒の半径を a/e とし、どちらの円筒も静止している。ここに a は正の定数、e はネイピア数(e=2.71…)とする。円筒間に満たされた流体は、一定の平均圧力勾配$-\partial P/\partial z=K$ (K は正の定数) で z 方向に駆動されている。円筒は z 方向に十分長いものとし、完全発達した定常非圧縮の層流とする。

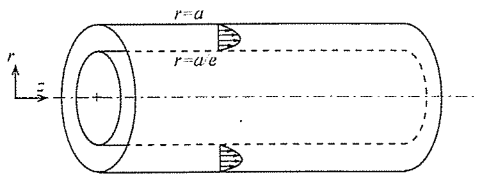

図 1

(1) 円筒座標系における z 方向速度の Navier-Stokes 方程式（下記）を、題意を踏まえ簡単にせよ。なお解答には K を用いること。

$$\rho\left(\frac{\partial u_z}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ru_r u_z)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(u_\theta u_z)+\frac{\partial}{\partial z}(u_z u_z)\right)=-\frac{\partial P}{\partial z}+\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right)$$

(2) z 方向速度 u_z を求めよ。

キーワード：Keyword

ニュートン流体: Newtonian fluid, せん断応力: shear stress, 速度勾配: velocity gradient, 粘性係数: viscosity, 単位: unit, レイノルズ数: Reynolds number, 無次元数: nondimensional number, 圧力勾配: pressure gradient, 完全発達; fully developed, 直円管内層流：laminar flow in straight pipe, 速度分布: velocity profile, 直径: diameter, 速度: velocity, 密度: density, 定義: definition, 壁面摩擦係数: skin-friction coefficient, 流線: streamline, 流脈線: streakline, 流跡線: path line, ラグランジュの方法: Lagrangian method, オイラーの方法: Eularian method, 非圧縮流: incompressible flow, 加速度: acceleration, 渦度: vorticity,　軸を共通とする二重円筒間流れ: flow in annular space between two concentric cylinders, 半径: radius, 静止: immobile, ネイピア数：Napier's constant, 定常: steady, 円筒座標系: cylindrical coordinate, 簡単にせよ: reduce to simply

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

5　制御工学

以下の問 1 と問 2 を答えよ．問題は複数ページにまたがるので注意せよ．また，ある時間信号$g(t)$に対するラプラス変換は$G(s)$と表し，sはラプラス演算子とする．

問 1．つぎのシステム(a)が与えられたとする．

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) - \frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = u(t). \tag{a}$$

(1)　(a)式に対して

$$\boldsymbol{x}(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \frac{d}{dt}y(t) \end{bmatrix}, \qquad z(t) = y(t) + \frac{d}{dt}y(t) \tag{b}$$

を定める．このとき，状態変数$\boldsymbol{x}(t)$と制御出力$z(t)$を有する状態方程式

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}u(t), \qquad z(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) \tag{c}$$

の係数行列$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{C}$を求めよ．

(2)　以下の状態フィードバック制御(d)をシステム(c)に適用したとする．

$$u(t) = [f_1 \quad f_2]\boldsymbol{x}(t) + r(t) \tag{d}$$

このとき，入力$r(t)$から制御出力$z(t)$までの閉ループシステムの極が-1と-3になる状態フィードバックゲインf_1とf_2を求めよ．

(3)　(2)式で求めた閉ループシステムの入力$r(t)$としてインパルス信号が印加されたときの制御出力$z(t)$の時間応答を求めよ．ただし，初期値は$\boldsymbol{x}(0) = 0$とする．

(4)　(2)式で求めた閉ループシステムを考える．初期値$\boldsymbol{x}(0)$と入力$r(t)$が

$$\boldsymbol{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad r(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \tag{e}$$

であるときの制御出力$z(t)$の時間応答を求めよ．

キーワード：Keywords

時間信号：Time signal，ラプラス変換：Laplace transformation，ラプラス演算子：Laplace operator，システム：System，状態変数：State variable，制御出力:Controlled output，状態方程式：State equation，係数行列：Coefficient matrix，状態フィードバック制御：State feedback control，入力：Input，閉ループ：Closed loop，極：Pole，ゲイン：Gain，インパルス：Impulse，時間応答：Time response，初期値：Initial value

【次ページに続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

5 制御工学

【前ページから続く】

問 2. 図 1 に示すフィードバックシステムを考える．ただし，C_1とC_2は<u>定数</u>ゲインである．

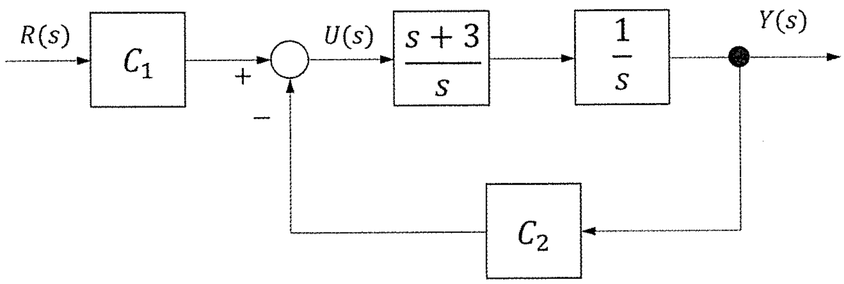

図 1　フィードバックシステム

(1) 入力$R(s)$から出力$Y(s)$までの<u>伝達関数</u>を求めよ．

(2) 図 1 のフィードバックシステムに対して

$$C_2 = 1, \qquad R(s) = \frac{1}{s^2} \tag{f}$$

を考える．このとき，入力$R(s)$に対する出力$Y(s)$の<u>偏差</u>を

$$E(s) = R(s) - Y(s) \tag{g}$$

とするとき，<u>定常</u>偏差が 0 になるゲインC_1の値を<u>最終値の定理</u>に基づき求めよ．

キーワード：Keywords

定数：Constant，伝達関数：Transfer function，偏差：Error，定常：Steady state，最終値の定理：Final value theorem

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

6　電気回路学

問 1. 図 1 の回路はスイッチS, L[H] のインダクタ, C[F] のキャパシタ, R[Ω] の抵抗, 起電力が E[V] の直流電源で構成されている. 直流電源の内部抵抗は 0 とする. この回路のスイッチ S を時刻 $t = 0$ で閉じるとき, 次の問題に答えよ. ただし, キャパシタの初期電荷は 0 である.

（1）スイッチS を閉じた後（$t \geq 0$）の回路方程式を, 図 1 に示した電流 $i_1(t)$ と $i_2(t)$ を用いて記せ.

（2）スイッチS を閉じてから十分に時間が経過すると抵抗 R には定常電流が流れる. この定常電流 $i_2(t = \infty)$ を求めよ.

（3）$\mathrm{R} = 1[\Omega]$ とする. さらに $\alpha = 1/(2\mathrm{C})$, $\beta = 1/\sqrt{\mathrm{LC}}$ と記したとき $\alpha = \beta$ であるとする. このとき抵抗 R に流れる電流 $i_2(t)$ を α, E, tの式で表せ. 必要であれば表 1 のラプラス変換表を参照せよ.

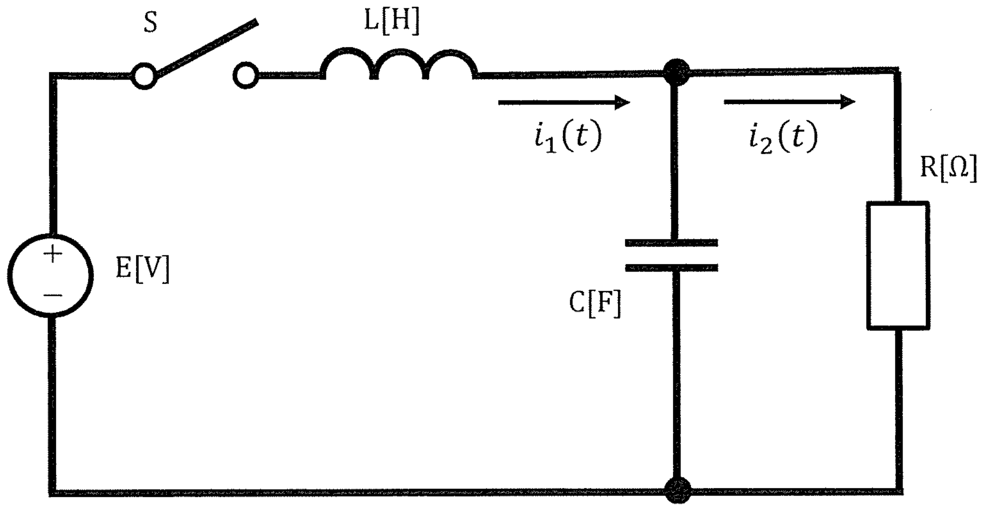

図 1

表 1. ラプラス変換表. $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$

元関数：time domain	像関数：Laplace domain	(注：Reference)
$f(t)$	$F(s)$	
e^{-kt}	$\dfrac{1}{s+k}$	$k > 0$
$\dfrac{t^n}{n!}e^{-kt}$	$\dfrac{1}{(s+k)^{n+1}}$	$k > 0$ かつ n は 自然数

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

6　電気回路学

【前ページから続く】

問 2．電球が 10000 個あり，これらすべてを用いて，直列にm 個つなげたものを並列にn 個接続した電球配列を作る（図 2 参照）．この電球配列に対して内部抵抗が 1[Ω] で起電力がE[V] の直流電源を用いて給電したとき，電球配列全体の明るさが最大になる m と n を求めよ．ただしすべての電球は抵抗と等価であり，電球配列全体の明るさは全電球が消費する電力に比例すると仮定する．さらに，個々の電球の抵抗値は等しく，電球 1 つの抵抗値を 4[Ω] とする．

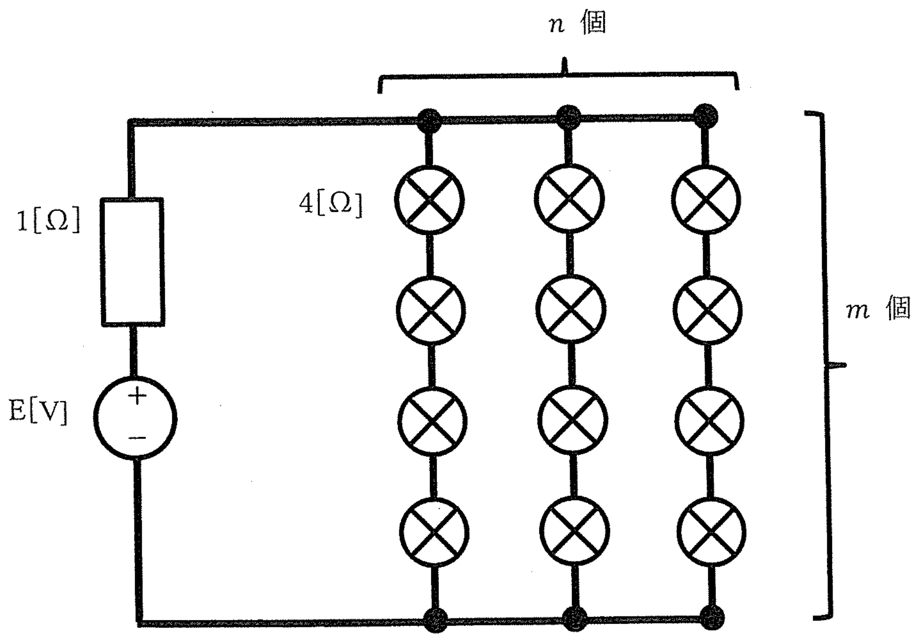

図 2．$m = 4$，$n = 3$ の場合の回路．電球数は 10000 個であるため$m = 4$，$n = 3$ は問題の条件を満たさないことに注意．

キーワード：Keywords

回路：circuit, スイッチ：switch, インダクタ：inductor, キャパシタ：capacitor, 抵抗：resistance, 起電力：electromotive force, 直流電源：DC power source, 内部抵抗：output impedance, 初期電荷：amount of charge at the initial state, 回路方程式：circuit equation, 電流：current, 定常電流：static current, ラプラス変換：Laplace transform, 自然数：natural number, 電球：electric lamp, 直列：serial, 並列：parallel, 接続：connect, 配列：array, 給電：power supply, 明るさ：radiant power, 消費：consume, 電力：electric power, 比例：be proportional to.

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

7　ディジタル信号処理

問 1. インパルス応答が

$$h[n]=\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \qquad n=1,2,\ldots \tag{1.1}$$

で表される因果性をもつ線形時不変システムを考える．ただし，$h[0]=0$　とする．

(1) このシステムが有限入力有限出力安定であるか否か，理由とともに答えよ．
(2) z 変換を行い，このシステムの伝達関数　$H(z)$　を求めよ．
(3) このシステムに，入力信号として次式で表される因果性信号を印加することを考える．

$$u[n]=\left(\frac{1}{6}\right)^{n} \qquad n=0,1,2,\ldots \tag{1.2}$$

このときの対応する出力信号　$y[n]$を z 変換した$Y(z)$を求めよ．
(4) (3)の結果を逆 z 変換することで出力信号　$y[n]$　を求めよ．

問 2. 次で表される連続時間信号をサンプリング周期　T=1/8[sec]で計測することを考える．

$$x(t)=\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{2}\right) \tag{2.1}$$

(1) サンプリング周波数[Hz]を求めよ．
(2) (2.1)式で表される信号の連続時間における周期[sec]を求めよ．
(3) (2.1)式で表される信号をサンプリングした離散時間信号の周期と正規化角周波数を求めよ．
(4) (3)で求めた離散時間信号の周期をNとおく．さらに$x[n]\coloneqq x(nT)$　と表記する．
このとき離散時間信号の一周期における各々の値$x[n], n=0,1,\ldots,N-1$を求めよ．
(5) 離散時間信号$x[n]$に対する離散時間フーリエ級数$X[k], k=0,1,\ldots,N-1$を求めよ．

キーワード:Keyword
インパルス応答：Impulse response, 因果性：Causality, 線形時不変システム：linear time-invariant system, 有限入力有限出力安定：Bounded-Input Bounded-Output Stable
z 変換：z Transform, システム：System, 伝達関数：Transfer function, 入力信号：Input signal
因果性信号：Causal signal, 印加：apply, 出力信号：Output signal, 逆 z 変換 Inverse z transform, 連続時間信号：Continuous-time signal, サンプリング周期：Sampling period
計測：measurement, サンプリング周波数：Sampling frequency, 連続時間:Continuous-time
周期:Period, 離散時間信号：Discrete-time signal, 正規化角周波数：Normalized angle frequency
一周期:One period, 各々の値：Value at each sampled point
離散時間フーリエ級数：Discrete-time Fourier series

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2020 年 8 月 18 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

8　応用数学

複素数の変数を z，虚数単位を i で記す．つぎの問いに答えよ．

問１　つぎの小問を計算し，それぞれ，複素数 $a+ib$ で表わせ．ここで，a,b は，実数とする．

(1) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-i\right)$　　(2) $\int_0^{1+i} z\,dz$　　(3) $\int_0^{\pi i} z\cos z^2\,dz$

問２　コーシー・リーマンの方程式を満たす複素関数 $f(z,\bar{z})$ に対し，次式が成立することを示せ．

$$\frac{\partial f(z,\bar{z})}{\partial \bar{z}}=0$$

ただし，$\bar{z}$ は，z の複素共役とする．証明に必要な変数や関数は，適宜定義して良い．

問３　$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\cos x}{x^2+1}dx$ および $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin x}{x^2+1}dx$ の値を，線積分 $\oint_C \frac{ze^{iz}}{z^2+1}dz$ から導出せよ．ただし，経路 C を図１で定める経路 $C=C_1+C_2$ として，以下の小問に解答し，導出すること．

(1) 留数定理を用い，$\oint_C \frac{ze^{iz}}{z^2+1}dz$ の値を求めよ．

(2) 極座標 $z=Re^{i\theta}\ (R>1, 0\le\theta\le\pi)$ より，つぎの不等式を示せ．

$$\left|\int_{C_2}\frac{ze^{iz}}{z^2+1}dz\right|\le\frac{R^2}{R^2-1}\int_0^{\pi}e^{-R\sin\theta}d\theta$$

ヒント：$\left|\int_{C_2}f(z)\,dz\right|\le\int_{C_2}|f(z)|\,dz$ が成り立つ．

(3) (2)の不等式右辺を計算し，$\lim_{R\to\infty}\int_{C_2}\frac{ze^{iz}}{z^2+1}dz$ を求めよ．ヒント：$\frac{2}{\pi}\theta\le\sin\theta, 0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\cos x}{x^2+1}dx$ および $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin x}{x^2+1}dx$ の値を求めよ．

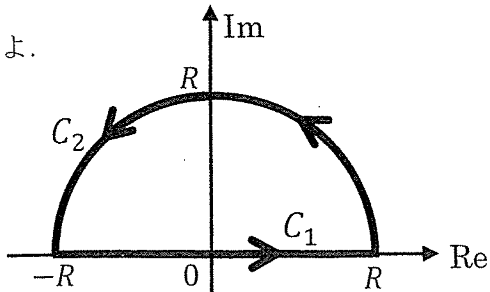

図 1 積分路 $R>1$

キーワード：Keywords

複素数：complex number，変数：variable，虚数単位：imaginary unit，実数：real number，コーシー・リーマンの方程式：Cauchy-Riemann equations，複素関数：complex function，複素共役：complex conjugate，線積分：line integral，経路：curve，留数定理：residue theorem，極座標：polar coordinate