大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2022年8月17日実施）

【機械知能システム学専攻】

専門科目：［必須問題（数学）］

※注意事項

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．必須問題（数学）の問題冊子はこの注意事項を含めて３枚、解答用紙は２枚である。
（計算用紙は含まない）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

4．必須問題（数学）の試験時間は60分である。

5．問題は数学基礎２問である。すべての問題を解答すること。

6．解答は、問題ごとに専用の解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
解答は必ず解答用紙に記入すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。

7．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

8．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

9．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

必須問題（数学）

機械知能システム学専攻

数学基礎

以下の問1，問2に答えよ．

問1. 以下の設問に答えよ．

(1) 直交座標空間にある曲線Cが $\theta \geq 0$ で定義された極座標表示の関数 $r = a\theta$（ただし, aは正の定数）によって表される場合を考える．$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ のときの曲線Cの接線の傾きを求めよ．

(2) $D: 0 \leq x \leq y \leq 1$ における $\displaystyle\iint_D xe^{y^3}\,dxdy$ の値を求めよ．ただし，eは自然対数の底である．

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，eは自然対数の底である．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = e^{2x}$$

キーワード：Keywords

直交座標空間：orthogonal coordinates space, 曲線：curve, 極座標表示：polar coordinates indication, 関数：function, 正の定数：positive constant, 接線：tangential line, 傾き：slope, 値：value, 自然対数：natural logarithm, 底：base, 微分方程式：differential equation, 一般解：general solution

【次ページに続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

必須問題（数学）

機械知能システム学専攻

数学基礎

［前ページから続く］

問 2. 以下の設問に答えよ．

(1) $\mathbb{R}^n$をn次元の実数空間とし，線形写像 $F:\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ が次式で定義されている．

$$F: \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 & -7 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

線形写像Fの核 Ker Fの次元の数を答えよ．さらに，線形写像Fの像 Im Fの基底を 1 組求めよ．なお，基底はそれぞれ大きさを 1 に正規化したものとすること．

(2) 次の x_1, x_2, x_3 に関する連立 1 次方程式が一意解をもつとき，定数 a が満たすべき条件と，そのときの解 x_1, x_2, x_3 を求めよ．

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 + ax_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 = a \end{cases}$$

(3) 定数 $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$によって次式のように行列$A$が定義されている．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

行列Aの固有値はk_1, k_2であり，$k_1 \neq k_2$とし，それぞれの固有値に対応する固有ベクトル v_1, v_2 は任意定数 t を用いて次式で与えられるとする．

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} t, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ b \end{bmatrix} t$$

このとき，行列Aが対角化可能であるための条件式を求めよ．また，行列Aを対角化することで得られる行列をBとし，行列Bの対角要素が k_1, k_2 となる場合について，対角化に用いる正則行列Pを求め，行列Aと行列Bの関係をPを用いて表現せよ．

キーワード：Keywords

次元：dimension，実数空間：real space，線形写像：linear mapping，定義：definition，核：kernel，像：image，基底：basis，正規化：normalization，連立 1 次方程式：simultaneous linear equations，一意解：unique solution，定数：constant，条件：condition，解：solution，行列：matrix，固有値：eigenvalue，固有ベクトル：eigenvector，任意定数：arbitrary constant，対角化可能：diagonalizable，対角化：diagonalization，対角要素：diagonal element，正則行列：regular matrix