

平成26年度特別編入学試験問題 数学(抜粋)

1

4次正方行列 A とベクトル $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^4$ を以下で定義する.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \quad v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

さらに, v_1, v_2 で生成される \mathbb{R}^4 の部分空間を V とし, 線形写像 $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ を $f(x) = Ax$ ($x \in \mathbb{R}^4$) で定義する. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) f の像 $\text{Im } f$ に対して, $\text{Im } f \subset V$ を示せ.