

科目の番号

3

離散数学 【抜粋】

問 3. 次の問いに答えよ.

- (1) 任意の 正の整数 n に対して, ある二つの整数 A_n, B_n が存在し,

$$(1 + \sqrt{2})^n = A_n + B_n\sqrt{2}$$

と書けることを示せ.

- (2) 小問 (1) と同様に, 任意の正の整数 n に対して, ある二つの整数 C_n, D_n が存在し,

$$(1 - \sqrt{2})^n = C_n + D_n\sqrt{2}$$

と書くことができる. A_n, B_n, C_n, D_n の 関係 を導き, その関係を証明することで,

$$A_n = \frac{1}{2} \left\{ (1 + \sqrt{2})^n + (1 - \sqrt{2})^n \right\}$$

$$B_n = \frac{1}{2} \left\{ (1 + \sqrt{2})^n - (1 - \sqrt{2})^n \right\}$$

と書けることを示せ.