



PRESS RELEASE (2023/11/22)

保存則のもとでの量子操作の原理的制約に対する未解決問題を解決 量子デバイスへの応用に期待

ポイント

- ① エネルギー保存則や運動量保存則のような保存則の下で、保存する物理量と同時測定不能な物理量の厳密な測定は実装不能であることを主張する Wigner-Araki-Yanase(WAY)定理を、Yanase 条件と呼ばれる条件の下で、非有界な保存量の場合に拡張した。
- ② 非有界な保存量に対する WAY 定理は、例えば運動量が保存する場合に位置単体の厳密な測定が不可能であることを示すため、物理的に重要な意味を持つ。
- ③ この結果は、WAY 定理が 1960 年に成立して以来、60 年以上未解決だった問題の、一つの解決を意味する。
- ④ さらに、ユニタリ操作についても非有界な保存量に対する同様の WAY 型の定理を証明した。これらの結果は、量子センシングや量子計算などの量子技術への応用が期待できる。

概要

保存則(※1)などの普遍的な物理法則が量子測定(※2)などの量子操作に与える原理的な制約について様々な観点から研究がされてきました。こうした研究の中で重要なものの一つに、有界(※3)な保存量についての保存則による量子測定に対する普遍的な制限を与える Wigner-Araki-Yanase(WAY)定理(※4)があります。この定理は、もしも運動量やエネルギーを含む非有界(※3)な保存量に対して成立すれば、粒子の位置の測定について、位置と運動量の同時測定は Heisenberg の不確定性関係(※5)により不可能であるというよく知られた事実とは別に、運動量が保存する場合の位置単体の誤差のない測定が不可能であることを予言します。しかしながら数学的な難しさから、WAY 定理がこのような非有界な保存量に対して成立するのかがその登場以来、未解決の問題となっていました。

今回の研究で、九州大学の倉持結助教と電気通信大学の田島裕康助教(兼任：JST さきがけ)のグループは WAY 定理が運動量やエネルギーを含む一般の非有界な保存量に対しても成り立つことを、Yanase 条件と呼ばれる仮定のもとで数学的に厳密に証明しました。さらに、量子測定とは別にユニタリ操作(※6)と呼ばれる量子操作のクラスについて、保存量と非可換な場合には実装することが非有界性に伴う例外的な場合を除き実装不可能であると主張する WAY 型の定理も類似の手法を用いることで証明しました。今回の発見は量子センシングや量子計算、量子鍵配送などに用いられる量子情報技術の開発に新たな知見をもたらすことが期待されます。

本研究成果は米国物理学会の雑誌「Physical Review Letters」のオンライン版に 2023 年 11 月 22 日(水)午前 1 時(日本時間)に掲載されました。

研究者からひとこと：本研究の主結果の証明では、非有界な物理量(自己共役作用素)を直接考える代わりに対応する有界な「1パラメーターユニタリ群」を考えて、この有界な作用素に対して量子情報で用いられるテクニックを適用して証明します。

【研究の背景と経緯】

原子などのミクロなスケールの物理現象は、量子力学という古典力学とは全く違った奇妙な振る舞いをする物理法則によって支配されています。この量子力学の奇妙な性質を示す具体例としては、例えば Heisenberg の不確定性原理が知られており、これは原子などの量子力学的粒子の位置と運動量を同時にかつ正確に測定することが不可能であることを予言します。前世紀末ごろに領域として認知され始めた量子情報理論および量子計算理論においては、こうした奇妙な性質を逆に利用することで古典論に基づいた既存の情報処理や計算速度の限界を超えるパフォーマンスを達成できることが示されており、2023年現在も世界中の研究者達によって盛んに研究されています。

このような量子性に基づいたプロトコルを現実世界に実装するにあたり、物理法則が量子測定や量子操作の実装にどのような制限を与えるのかという問題が重要になり、現在までに様々な観点から多くの理論的な結果が得られて来ました。その中でも代表的なものが Wigner-Araki-Yanase 定理(WAY 定理)と呼ばれるもので、この定理によると、量子系が(エネルギーなどの)保存量を有するときには、反復不能性または Yanase 条件と呼ばれる条件のもとで、その保存量と量子力学的演算子として非可換な物理量の誤差のない測定を実現することは不可能であることが知られています。この WAY 定理は保存則という物理法則の普遍性から多くの研究者たちが重要であると見なし、様々な一般化や拡張を試みて来ました。こうした様々な試みの中では通常量子系が有限次元であること、あるいは無限次元量子系を取り扱う場合でも保存量の有界性を仮定することがほとんどでした。

ここで、保存量などの物理量が有界であるとは物理量の取り得る値の範囲が有限であることをいい、そうでない物理量は非有界であると呼ばれます。非有界な物理量は無限次元量子系特有のもので、例えば粒子の位置、運動量、エネルギーといったものは非有界な物理量の典型的な例となっています。このため、もしも WAY 定理がこうした非有界な物理量に対して拡張されれば、「粒子の位置の測定は、運動量との同時測定は Heisenberg の不確定性関係により不可能である」というよく知られた事実の他に、「運動量が保存する場合の位置単体の厳密な測定が不可能である」という制限を受けるということがわかります(図 1)。このように、非有界な物理量を含む形に WAY 定理を拡張することは重要な物理的意味を持ちますが、非有界な物理量の取り扱いには有界な物理量にはない数学的な難しさがあり、WAY 定理が 1960 年に成立して以来、重要な未解決問題となっていました。

【研究の内容と成果】

本研究では、こうした非有界な保存量に対しても WAY 定理が Yanase 条件の下で有界な保存量の場合と全く同様に成り立つことを示しました。この結果は上で述べたような運動量が保存する位置測定に適用できる他、連続量子鍵配送などで重要となる直行位相振幅の誤差のない測定が線形光学素子のみで実現できないことを予言します(図 2)。さらに、この量子測定の WAY 定理とともに、ユニタリ操作と呼ばれる量子操作に対する WAY 型の定理が成り立つことも同様の証明手法を用いることで示すことができました。

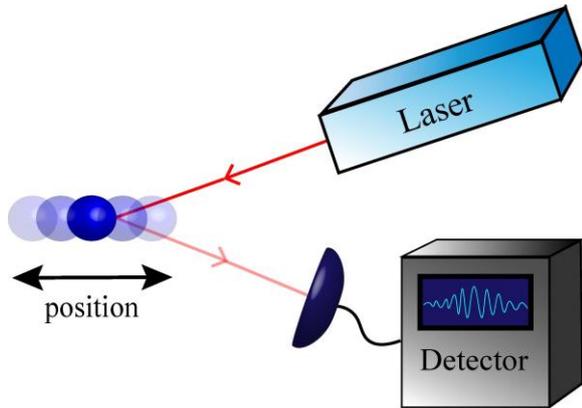
以上の成果では、非有界物理量の数学的難しさを、対応する有界なユニタリ演算子である「1 パラメーターユニタリ群」を代わりに考えることで回避し、このユニタリ演算子に通常の量子情報理論で用いられるテクニックを適用することで、証明をすることが可能となりました。

【今後の展開】

本研究結果は純粋に理論的なもので実用化や検証などを直接することができる性質のものではありませんが、適用範囲の一般性と普遍性により今後の量子デバイスの実装において新たな知見をもたらすことが期待されます。今後の研究の方向としては、①本研究成果は量子測定やユニタリ操作の厳密に誤差のない実装に対するものであるため、これをより一般の量子測定・操作の実装に対する制限に一般化

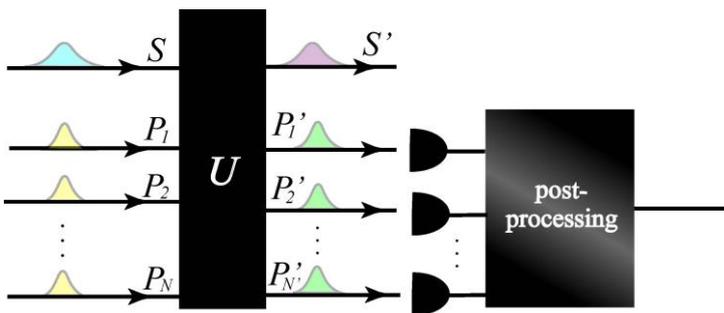
すること、②今回の WAY 定理の非有界な物理量への拡張は、Yanase 条件を仮定するものについての拡張ですが、WAY 定理には反復可能条件を仮定するものもあるため、Yanase 条件を反復可能条件に置き換えた場合に同様の定理が成立するかどうかを理論的に検証すること、などが挙げられます。

【参考図】



"Wigner-Araki-Yanase Theorem for Continuous and Unbounded Conserved Observables", Phys. Rev. Lett. ©Yui Kuramochi and Hiroyasu Tajima (Licensed under CC BY 4.0)

(図 1)量子力学的粒子の位置の測定
の概念図。例えばこのように光を当てて
粒子の位置を測定する場合には、粒子
とプローブ光と検出器との間に運動量
保存則が成立する。WAY 定理によると
このときの粒子の位置の誤差のない測
定は不可能であるという結論が導かれ
る。



"Wigner-Araki-Yanase Theorem for Continuous and Unbounded Conserved Observables", Phys. Rev. Lett. ©Yui Kuramochi and Hiroyasu Tajima (Licensed under CC BY 4.0)

(図 2)線形光学素子のみよる測定
の概念図。ビームスプリッターや位相シ
フターなどの光学素子はエネルギー(光
子数)保存則を満たし、またプローブ系
への光子数計数測定の後処理で得られ
る測定は Yanase 条件を満たす。直行位
相振幅の演算子はエネルギーと非可換
なので、これより今回我々が証明した
WAY 定理を適用すると直行位相振幅の
誤差のない測定が不可能であることが
導かれる。

【用語解説】

(※1) 保存則

ある物理量の全系での合計値が保存する(時間変化しない)ことを主張する物理法則。エネルギーや運動量が保存する物理量の代表例であり、それぞれ物理法則が時間並進および空間並進に対して不変であるという対称性から導かれる。

(※2) 量子測定

量子系に対する測定。系を破壊せずに測定が可能な古典系と異なり、量子系においては意味のある情報が得られる測定には必ず測定による量子系への反作用が伴う。また、量子力学的粒子の位置と運動量などの非可換な物理量の組を同時に測定することは不可能であり、古典系では自明であった測定の概念が量子系においては非自明となる。

(※3) 有界な物理量と非有界な物理量

有界な物理量とは取りうる値の範囲が有限な物理量のことをいい、非有界な物理量とは取り得る値の上限または下限が無限大であるような物理量のことをいう。例えば粒子のスピンはある定まった有限個の離散的な値のみを取り得るので有界であり、粒子の位置や運動量、エネルギーといった物理量は非有界である。数学的には量子系の非有界な物理量は無限次元ヒルベルト空間上の非有界自己共役作用素と呼ばれる無限次元版の行列として記述され、有界作用素とは異なった繊細な取り扱いを要求される。この数学的困難から、量子情報理論においては有限次元系または無限次元系でも有界作用素に議論の対象を限定することが多い。

(※4) Wigner-Araki-Yanase 定理(WAY 定理)

量子系と測定系(測定器)との間で、ある物理量の保存則が成り立つ場合、その保存量と非可換な物理量の誤差のない測定(射影測定)を実現することができないことを主張する定理。Wigner が特殊な系(二準位系)で成り立つことを発見し、後に Araki と Yanase によって一般の物理系において一ただし有界な保存量に対して一成り立つことが証明された。本研究ではこの WAY 定理のあるヴァリエーションについて非有界な保存量がある場合に関する証明を与えた。

(※5) Heisenberg の不確定性関係

量子力学的粒子の位置と運動量は同時に確定した値を取ることが不可能であることを示す関係式。これは数学的には位置と運動量に対応する演算子が交換しないことから来る量子論特有の現象である。この関係式は Heisenberg によって 1925 年に初めて導入された後、様々な一般化やヴァリエーションが得られおり、その内容の解釈について現在でも盛んに議論がされている。

(※6) ユニタリ操作

ユニタリ演算子で表されるような量子操作のクラスであり、主に閉じた量子系の状態変化を記述する。例えば、大学学部の量子力学で習う時間に依存する Schrödinger 方程式による時間発展はユニタリ操作とみなすこともできる。量子計算などの量子プロトコルにおいては基本的なユニタリ操作を組み合わせて量子操作を行うという形になっているものが多く、そのため量子プロトコルの現実における実装においてはユニタリ操作をいかに誤差なく実現できるかが重要となる。

【謝辞】

本研究は JSPS 科研費 (JP22K13977、JP19K14610、JP22H05250)、JST さきがけ (JPMJPR2014)、JST ムーンショット型研究開発事業 (JPMJMS2061)の助成を受けたものです。

【論文情報】

掲載誌：Physical Review Letters

タイトル：Wigner-Araki-Yanase Theorem for Continuous and Unbounded Conserved Observables

著者名：Yui Kuramochi and Hiroyasu Tajima

DOI：10.1103/PhysRevLett.131.210201

【お問合せ先】

<研究に関すること>

九州大学 大学院理学研究院物理学部門 助教 倉持 結（クラモチ ユイ）

TEL：092-802-4051(080-6618-9616)

Mail：kuramochi.yui@phys.kyushu-u.ac.jp

電気通信大学 大学院情報理工学研究科 助教 田島 裕康（タジマ ヒロヤス）

TEL：042-443-5687 (080-5121-1785)

Mail：hiroyasu.tajima@uec.ac.jp

<報道に関すること>

九州大学 広報課

TEL：092-802-2130 FAX：092-802-2139

Mail：koho@jimu.kyushu-u.ac.jp

電気通信大学 総務企画課 広報係

TEL：042-443-5019 FAX：042-443-5887

Mail：kouhou-k@office.uec.ac.jp