

数 学

前期日程

注意事項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題用紙は4ページで、問題は4問あります。全問に解答しなさい。
解答は解答用紙に記入しなさい。表面に書ききれない場合は、裏面を使用してもよいが、その場合は必ず表面に「裏面に続く」と記入しなさい。
3. 解答用紙は4枚(その1～その4)あります。
4. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄(1枚につき2ヵ所)に正確に記入しなさい。
5. 試験中に問題用紙及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁、汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 試験時間は120分です。
7. 各設問に記載した配点は、200点満点の場合の配点です。なお、一般入試B方式(理科重点)では200点満点を150点満点に換算します。一般入試A方式(数学重点)、帰国子女入試及び私費外国人留学生入試の満点はそれぞれ200点です。
8. 試験終了時に、監督者の指示に従って、すべての解答用紙を提出しなさい。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1

関数

$$f(x) = x + 2 \cos x$$

を考えると、以下の問いに答えよ。

(配点 50)

- (i) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (ii) 区間 $0 \leq x \leq \pi$ における $f(x)$ の最大値 M と最小値 m をそれぞれ求めよ。
- (iii) 不等式 $0 \leq x \leq \pi$ の表す座標平面上の領域において、曲線 $y = f(x)$ 、 y 軸および直線 $y = \frac{\pi}{2}$ で囲まれる図形を D とする。図形 D の面積 S を求めよ。
- (iv) 次の不定積分を求めよ。ただし、積分定数は省略してもよい。

$$I = \int x \cos x \, dx$$

- (v) 図形 D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。

2

関数 $f(x) = ax + xe^{-x}$ を考えるとき、以下の問いに答えよ。

ただし、 e は自然対数の底とし、 a は定数とする。 (配点 50)

- (i) 導関数 $f'(x)$ および 第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (ii) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点 A の x 座標 x_0 を求めよ。さらに、すべての実数 x に対して、不等式 $f'(x) > 0$ が成り立つような定数 a の条件を求めよ。

以下では、定数 a は、(ii) で求めた条件をみたすとする。

- (iii) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点 $A(x_0, f(x_0))$ における接線 l の方程式を定数 a を用いて表せ。
- (iv) 次の不定積分をそれぞれ求めよ。ただし、積分定数は省略してもよい。

$$I_1 = \int xe^{-x} dx, \quad I_2 = \int x^2 e^{-x} dx$$

- (v) 曲線 $y = f(x)$ 、 y 軸 および 接線 l で囲まれる図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。

3 $a = 2\sqrt{3} - 3$, $b = 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ とする. 極座標 (r, θ) に関する極方程式

$$r = \frac{b}{1 + a \cos \theta}$$

で表された楕円 E を考える. 以下の問いに答えよ. (配点 50)

(i) 楕円 E を直角座標 (x, y) で考える.

(i-1) 楕円 E と y 軸の交点で y 座標が正である点 N の y 座標 y_0 を求めよ.

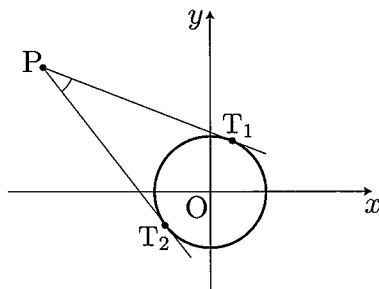
(i-2) 楕円 E と x 軸の 2 交点を, x 座標の小さいものから順に, 点 L , 点 R とする. 点 L の x 座標 x_1 , 点 R の x 座標 x_2 をそれぞれ求めよ.

以下の問いでは, 原点 O を中心とする半径 1 の円を C とする. このとき, 円 C の外部にある点 P から円 C に 2 本の異なる接線を引いてその接点を T_1, T_2 とするとき, $\angle T_1PT_2$ を点 P から円 C を見込む角 という. (下図を参照)
ただし, $0 < \angle T_1PT_2 < \pi$ とする.

(ii) 点 R から円 C を見込む角 α を求めよ.

(iii) 楕円 E 上の点から円 C を見込む角の最小値を β とするとき, $\cos \beta$ の値を求めよ.

(iv) 点 N から円 C を見込む角 γ が $\frac{\pi}{3}$ より小さいことを証明せよ.



4 a, b を定数とし、整式 $f_1(x)$ を $f_1(x) = ax + b$ と定義する。

次に、整式 $(x+1)f_1(x)$ を $2x^2 - 3x - 2$ で割った余りを $f_2(x)$ と定義する。

さらに、整式 $(x+1)f_2(x)$ を $2x^2 - 3x - 2$ で割った余りを $f_3(x)$ と定義する。

以下、このようにして、各自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、整式 $(x+1)f_n(x)$ を $2x^2 - 3x - 2$ で割った余りを $f_{n+1}(x)$ と定義する。このとき、整式 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) に対して、以下の問いに答えよ。 (配点 50)

- (i) 整式 $f_2(x)$ を a, b を用いて表せ。
- (ii) 各自然数 $n \geq 1$ に対して、整式 $f_n(x)$ を $f_n(x) = a_n x + b_n$ とおいて、2つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ を定める。ただし、 $a_1 = a, b_1 = b$ とする。
- (ii-1) a_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。また、 b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ。
- (ii-2) a_{n+2} を a_n, a_{n+1} を用いて表せ。
- (iii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を a, b を用いて表せ。
- (iv) 数列 $\{a_n\}$ が収束するための条件を、 a, b を用いて表せ。
- (v) 数列 $\{a_n\}$ が発散するとき、極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$$

を求めよ。

理 科

前期日程

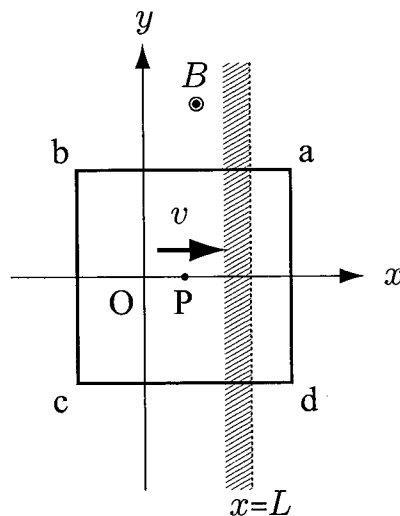
注意事項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題用紙は7ページで、問題は5問あります。全問に解答しなさい。
解答は解答用紙に記入しなさい。
3. 解答用紙は物理3枚(その1～その3)、化学2枚(その4～その5)の合計5枚あります。
4. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄(1枚につき2ヵ所)に正確に記入しなさい。
5. 試験中に問題用紙及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁、汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 試験時間は120分です。
7. 各設問に記載した配点は、200点満点の場合の配点です。なお、一般入試A方式(数学重点)では200点満点を150点満点に、帰国子女入試及び私費外国人留学生入試では200点満点を100点満点に換算します。一般入試B方式(理科重点)の満点は200点です。
8. 試験終了時に、監督者の指示に従って、すべての解答用紙を提出しなさい。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

物 理

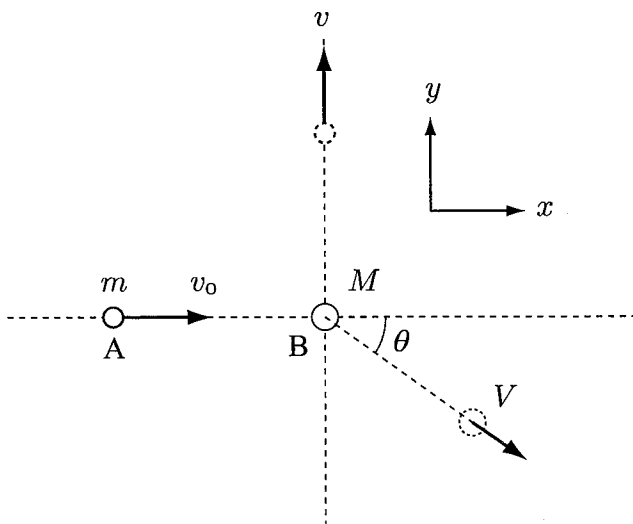
1 図のように、水平な xy 面上の $x \leq L$ の領域に、紙面の裏から表向き ($+z$ 方向) に磁束密度の大きさ B の一様な磁場がある。この xy 面上に、なめらかに動く、一辺の長さ $2L$ の軽い正方形の一巻きコイル $abcd$ を、その中心 P を x 軸上に、辺 ab 、辺 cd を x 軸に平行に置く。コイルの単位長さあたりの抵抗は r であり、コイルの自己インダクタンス、重力は無視できる。コイルの位置を P の x 座標で表し、コイルを $x = 0$ から $x = 2L$ まで動かすとき、以下の問に答えよ。(配点 40)

- (1) 位置が x のときコイルは速度 v で運動している。コイルに発生する起電力の大きさ V を求めよ。
- (2) 小問 (1) において、コイルを流れる電流の大きさ I を求めよ。また、電流の流れる向きは $a \rightarrow b$ か、 $b \rightarrow a$ かを答えよ。
- (3) 小問 (1) において、コイルが磁場から受ける力の大きさ F_1 と向きを答えよ。
- (4) 時刻 $t = 0$ で $x = 0$ に静止しているコイルを、 $x = 0$ から $x = 2L$ まで大きさ a の一定の加速度で動かす。コイルに加える力の大きさ F_2 を、 x を使って表せ。
- (5) 小問 (4) で求めたコイルに加える力と位置の関係について、縦軸を F_2 、横軸を x として解答用紙にグラフを描け。また、 $x = L$ と $x = 2L$ の F_2 の値をグラフの縦軸に示せ。



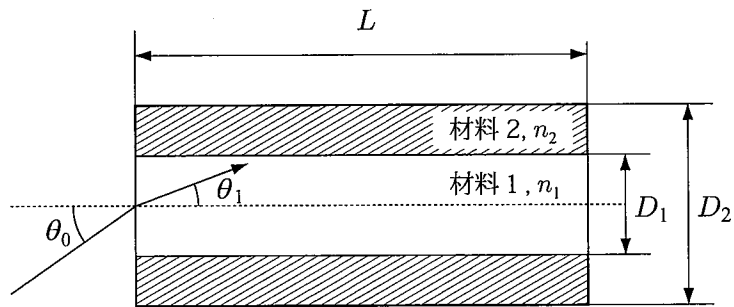
2 図のように、摩擦のない水平面上で、 x 軸の正の方向に運動している質量 m 、速さ v_0 の物体 A が、質量 M の静止している物体 B に弾性衝突した。衝突後、物体 A は止まることなく y 軸方向に速さ v で運動し、物体 B は x 軸から角度 θ の方向に速さ V で運動した。以下の間に答えよ。ただし、 x 軸と y 軸は図に示した向きとする。(配点 40)

- (1) 物体 A と物体 B の衝突の前後で、 x 方向の運動と y 方向の運動のそれぞれに成り立つ関係式を答えよ。
- (2) 衝突後に物体 A が y 軸方向に運動するために必要な M と m に成り立つ関係式を答えよ。
- (3) 衝突後の物体 A の速さ v 、物体 B の速さ V と $\tan \theta$ を求めよ。
- (4) M と m の比の値 M/m を横軸にとり、 v と v_0 の比の値 v/v_0 と、 V と v_0 の比の値 V/v_0 を同じ縦軸とした 1 枚のグラフを解答用紙に描け。 v/v_0 を実線、 V/v_0 を点線とし、グラフの横軸の範囲は $0 \leq M/m \leq 4$ とせよ。縦軸と横軸ともに適切な目盛を振ること。必要ならば $\sqrt{2} = 1.4$ 、 $\sqrt{3} = 1.7$ 、 $\sqrt{5} = 2.2$ の関係を使え。



3 図のように、長さ L 、直径 D_1 、屈折率 n_1 の円柱の材料 1 が、直径 D_2 、屈折率 n_2 ($n_2 < n_1$) の材料 2 でおおわれて、真空中に置かれている。円柱の端面の中心に、入射角 θ_0 で光パルスを入射させる。真空中における光の速さを c として、以下の間に答えよ。(配点 40)

- (1) 光のパルス波の入射角 θ_0 と屈折角 θ_1 の関係を答えよ。
- (2) 光のパルス波が材料 1 と材料 2 の境界で全反射するための θ_1 の条件を求めよ。
- (3) 光のパルス波が材料 1 の中だけを進むための θ_0 の条件を求めよ。
- (4) 小問 (3) の条件を満たすとき、光のパルス波が円柱を通過するのに要する時間 T を θ_0 を使って答えよ。
- (5) 小問 (4) で求めた T の最大値 T_1 と最小値 T_2 との比の値 T_1/T_2 を求めよ。



化 学

4 銅 Cu に関する次の文章を読み、以下の問に答えよ。計算を要する問には導出過程も記し、2桁の有効数字で答えること。なお、銅の原子量は64とする。

(配点40)

銅の単体は光沢をもった金属で、(a)面心立方格子の結晶構造をとる。天然に、銅は単体のほか、(b)硫化物などとして存在する。単体の銅の製造では、まず鉱石から粗銅を得た後、(c)粗銅を電解精錬する方法がとられる。単体の銅は、(d)塩酸や希硫酸とは反応しないが、(e)硝酸と反応する。銅は電気や熱の良導体であり、柔らかく加工しやすい金属であるため、電線や調理器具などに広く利用される。(f)亜鉛との合金である黄銅など、銅は合金の材料としても使われる。さらに、フェーリング液や(g)ビウレット反応の試薬など、銅イオンを含む試薬が広く利用される。

- (1) 下線部 (a) において、配位数と単位格子に含まれる銅原子の数をそれぞれ答えよ。
- (2) 下線部 (a) で、単位格子の一辺の長さが 3.6×10^{-8} cm であるとき、銅の単体の密度 $[\text{g}/\text{cm}^3]$ を求めよ。なお、アボガドロ定数は $6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$ 、 $(3.6)^3 = 47$ とする。
- (3) 下線部 (b) の1つである硫化銅(II)は、硝酸銅(II)の水溶液に硫化水素を通じることで、沈殿として得ることができる。0.020 mol/L の硝酸銅(II)水溶液に硫化水素を通じたとき、沈殿が生じ始めるときの、水溶液中の硫化物イオン S^{2-} の濃度 $[\text{mol}/\text{L}]$ を求めよ。なお、硫化銅(II)の溶解度積は $6.5 \times 10^{-30} (\text{mol}/\text{L})^2$ である。
- (4) 下線部 (c) では、粗銅の板を陽極、純粋な銅の板を陰極とし、両極を硫酸銅(II)の希硫酸水溶液に浸して約 0.3 V の低い電圧で電気分解を行う。電気分解が進むと陽極泥が生成する。粗銅中の不純物が亜鉛、金、銀、鉄、ニッケル

ルであるとき、陽極泥に含まれる金属はどれか、すべてを選び元素記号で答えよ。

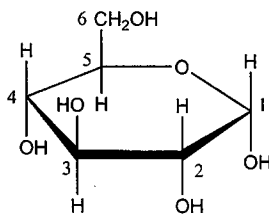
- (5) 下線部 (d) で、銅が反応しない理由を書け。
- (6) 下線部 (e) で、銅と濃硝酸の反応の反応式を書け。
- (7) 下線部 (f) のイオン Zn^{2+} と銅イオン Cu^{2+} の水酸化物は、水溶液中で過剰のアンモニア水を加えると、錯イオンであるテトラアンミン亜鉛(II)イオンとテトラアンミン銅(II)イオンをそれぞれ生じる。両方の錯イオンの立体的な構造を書け。
- (8) グリシンを脱水縮合させたとき、下線部 (g) の反応で赤紫色を呈するのは、何分子以上のグリシンが脱水縮合したペプチドか。

- 5 次の文章を読み、以下の問に答えよ。計算を要する問には導出過程も記し、2桁の有効数字で答えること。濃度の%表記は質量パーセント濃度を表すものとする。原子量は次の値を用いよ。C 12, H 1.0, O 16 (配点 40)

現在市場に出回っているエタノールの多くはグルコース（ブドウ糖）やデンプンのアルコール発酵によって製造されている。この方法は酒類や発酵食品にも役立てられている。合成エタノールは に水を付加させて作られる。エタノールはガソリンと混合して自動車の燃料にも用いられている。

エタノールは、酢酸菌の作用により中間生成物の を経て、酢酸となる。食酢は約3～4%の酢酸を含む水溶液である。発酵食品はさまざまなアルコールやカルボン酸を含み、さらにそれらの脱水縮合生成物として芳香を持つ 類も含む。酢酸の産業上の応用としては、アセテート繊維やポリ酢酸ビニルのような樹脂がある。

- (1) ～ にあてはまるもっとも適切な語句を以下の中から選べ。
炭酸ガス、メタノール、フェノール、アセトアルデヒド、ホルムアルデヒド、エチレン、アセチレン、プロピレン、エステル、芳香族化合物、脂肪酸
- (2) デンプンの成分のうち、直鎖状高分子のものがアミロースである。アミロースとセルロースを構成するグルコース構造の違いを、下図を参考にして説明せよ。なお、炭素原子に付した番号1～6を用いること。



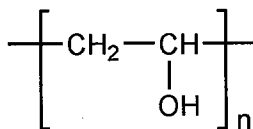
α -グルコース

- (3) アルコール発酵では、グルコース $C_6H_{12}O_6$ からエタノールと二酸化炭素だけを生成する。この反応式を書け。

- (4) アミロースは加水分解されたのち、アルコール発酵に使用される。460 g の 10%エタノール水溶液を得るためには、何 g のアミロースが必要か。ここで、アミロースの重合度は十分に高いものとする。
- (5) グルコースとエタノール（液体）の燃焼熱はそれぞれ、2805 kJ/mol、1368 kJ/mol である。(3)のアルコール発酵では、グルコース 1 mol あたり、何 kJ の発熱あるいは吸熱反応となるか。
- (6) 3.0%の酢酸水溶液中の酢酸の電離度を 0.010 とし、この水溶液の密度を 1.0 g/cm³ とする。この水溶液の pH はいくらか。次の中から適当なものを 1 つ 選び、記号で答えよ。

- (a) 1 以上 2 未満, (b) 2 以上 3 未満, (c) 3 以上 4 未満,
 (d) 4 以上 5 未満

- (7) ポリビニルアルコール（下図）は対応する単量体の付加重合で直接得ることはできず、酢酸ビニルの付加重合を経て合成される。この理由を簡潔に述べよ。



ポリビニルアルコール

外 国 語

(英 語)

前期日程

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 問題用紙は16ページで、問題は3問あります。全問に解答しなさい。
解答は、解答用紙の該当欄に記入しなさい。
3. 解答用紙は3枚(その1～その3)あります。
4. 受験番号を、すべての解答用紙の受験番号欄(1枚につき2ヵ所)に正確に記入しなさい。
5. 試験中に問題用紙及び解答用紙の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁、汚れ等に
気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 試験時間は90分です。
7. 試験終了時に、監督者の指示に従って、すべての解答用紙を提出しなさい。
8. 試験終了後、この問題冊子は持ち帰りなさい。

- 1 次の英文を読んで、1 から 15 の設問について、A~D の選択肢からもっとも適切なものを選びなさい。(配点 30)

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

出典： Brookshire, B. (2017, March 14). Teen converts water pollutant into plant fertilizer: A teen designed a way to reduce, reuse and recycle nutrients for plants. *Science News for Students*. Retrieved from <https://www.sciencenewsforstudents.org/blog/eureka-lab/teen-converts-water-pollutant-plant-fertilizer> (内容を一部変更しました)

設問

1. From the article, why is it important for farmers to use fertilizers?
 - A. To grow bigger and better plants.
 - B. To develop smaller but more delicious plants.
 - C. To chase away wild animals that eat the plants.
 - D. To protect the environment from too many chemicals and plants.

2. According to the article, if farmers use too much fertilizer, what is likely to happen to the environment?
 - A. Chemicals can wash into waterways, which can cause the growth of too many living things that reside in the waterways.
 - B. Chemicals can wash into the ground, which can damage plants and other living things that humans need.
 - C. Chemicals can wash into waterways, which can damage living things that reside in the waterways.
 - D. Chemicals can wash into the ground, which can cause the growth of weeds and pests that kill the plants and other living things that humans need.

3. According to the article, how many people compete in the *Regeneron Science Talent Search* competition?
 - A. Two million.
 - B. Ninety five.
 - C. Seventeen.
 - D. Forty.

4. How did Stefan Wan become interested in science?
- A. He became interested in science after his father explained his research to him.
 - B. He became interested in science when he had chemistry class in high school.
 - C. He became interested in science when he learned that he could win a lot of money.
 - D. He became interested in science after reading some scientific papers that a researcher recommended to him.
5. According to the article, why did Stefan start the research?
- A. Because his parents introduced him to science.
 - B. Because his father introduced him to a scientist who studies soil and water.
 - C. Because the school annually sent many students to the *Regeneron Science Talent Search*.
 - D. Because he wanted to solve an environmental problem.
6. According to the article, what is the main problem caused by the growth of too much algae in waterways?
- A. It causes too much oxygen in the waterways for fish and other living things, and they can then die.
 - B. It causes lack of oxygen in the waterways for fish and other living things, and they can then die.
 - C. It causes too much water in the waterways for fish and other living things, and they can then die.
 - D. It causes lack of water in the waterways for fish and other living things, and they can then die.

7. Why do farmers use biochar?
- A. Because biochar can help the soil hold water and nutrients.
 - B. Because biochar is an important nutrient that helps plants to grow.
 - C. Because biochar can help the soil prevent the growth of algae and bacteria.
 - D. Because biochar is a fertilizer that is made from plants and will not harm the environment.
8. Before doing his experiment, what did Stefan Wan think would happen if he mixed biochar and LDHs?
- A. He thought that this would give a positive electrical charge to the LDHs.
 - B. He thought that this would help the LDHs absorb phosphate more efficiently.
 - C. He thought that this would help the biochar absorb phosphate more efficiently.
 - D. He thought that this would give a positive electrical charge to the biochar.
9. Why did Stefan Wan test two types of LDH?
- A. Because there are only two types of LDH, those made from magnesium and iron and those made from magnesium and aluminum.
 - B. Because some kinds of LDH can spread out into a thin layer on their own, but other kinds cannot do this.
 - C. Because he wanted to see which kind of LDH would cause less harm to the environment.
 - D. Because he wanted to see which kind of LDH would absorb more phosphate.

10. What is special about the mixture of “60 percent biochar and 40 percent...LDH” (lines 69-70)?

- A. It was tested in a laboratory to retain 95 percent of phosphate and nitrate in an hour and never release excess fertilizer into waterways which may cause an extreme growth of algae.
- B. It is capable of absorbing excess fertilizer which otherwise would run off into nearby waterways and damage the fish and other living creatures through a process called eutrophication.
- C. The recipe for the special mixture was reported in a scientific paper by Professor Yuncong Li, a scientist who studies soil and water, and he recommended the paper to Stefan.
- D. The LDH in the mixture spreads out on its own into a single layer and allows the phosphate to drain through.

11. Why did Stefan Wan compare lettuce that was grown in two different kinds of sand?

- A. Because he wanted to compare the taste of lettuce grown in different kinds of sand.
- B. Because he wanted to compare different kinds of lettuce seed.
- C. Because he wanted to see if the mixture high in phosphate would help the lettuce grow.
- D. Because he wanted to see if the mixture high in phosphate would prevent the lettuce from growing.

12. Which answer best explains the meaning of “I still think more research needs to be done” (line 86), as it is used in the article?
- A. The research was published in a scientific journal; however, the test conditions were very poor and should be improved.
 - B. The test period in the laboratory was for only 12 days, so the test period should be increased, for example, doubled to 24 days.
 - C. The research only tested bamboo biochar in laboratory conditions, and test conditions should be changed, for example, with other types of biochar and in actual farm settings.
 - D. The research was conducted by a teenage student and the research should be done under the supervision of professors.
13. From the article, what can be said about Stefan’s research?
- A. The results were promising but more research is needed.
 - B. The results were too limited.
 - C. The results were successful so no more research is needed.
 - D. The results were not useful so more research is needed.

14. According to the article, teenagers “can do research offering potentially important, real-world benefits” (lines 95-96). What does this mean?
- A. It means that teenagers can learn to do scientific research and that this will help them enter a good university.
 - B. It means that teenagers can use their research to win a lot of money in competitions, such as the Regeneron Science Talent Search.
 - C. It means that teenagers can do original scientific research that can help people.
 - D. It means that teenagers can offer good ideas to university researchers, who can then publish this research.
15. In the article, the medical company, Regeneron, sponsors the science competition. What could be one possible problem for scientific research of a private company doing this?
- A. A private company could not attract the high level of research needed to benefit society in general.
 - B. A private company could not provide enough money and benefits to attract the high level of talent required for a successful science competition.
 - C. A private company could fund research that only benefits society in general, rather than research that promotes the benefits of the company’s products.
 - D. A private company could fund research that only promotes the benefits of the company’s products, rather than research that benefits society in general.

- 2 次の英文について、250 字以内の日本語で要約しなさい。英数字は 1 マスに 2 文字を記入すること。下書き用紙が次のページにあります。(配点 30)

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

著作権上の都合により、掲載いたしません。

出典： Carrington, D. (2017, March 8). (Title removed).
theguardian. Retrieved from [https://www.theguardian.com/
environment/2017/mar/08](https://www.theguardian.com/environment/2017/mar/08) (問題作成のため題名を省略し、また内容を一部変更しました)

- 3 次の二つの質問から**一つだけ**選んで、少なくとも二つの理由を挙げて英語で具体的に答えなさい。選んだ質問の番号を解答用紙の[]の中に書きなさい。下書き用紙が次のページにあります。(配点 40)

1. Should all high school students be required to do community work, such as helping the elderly or disabled?
Why or why not?

OR

2. In your opinion, is it possible to stop bullying (いじめ) ?
Why or why not?

③ 下書き用紙

注意：答えは必ず解答用紙に書きなさい。