大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2025年8月19日実施）

【情報・ネットワーク工学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

１．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

２．監督者が説明を始めたら筆記用具を持ったり、参考書を見たりしてはいけない。

３．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１３枚、解答用紙は３枚である。

４．試験開始の合図の後、<u>全ての解答用紙に受験番号を記入すること</u>。

５．選択問題の試験時間は120分である。

６．選択問題では、８科目の中から３科目を選んで解答すること。

７．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること）

８．解答は、科目ごとに別々の解答用紙（各科目ごとに１枚）を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に<u>「裏面へ続く」と記入すること</u>。

９．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

１０．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１１．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

1　電気回路

図 1 に示す、抵抗 R_1、R_2、インダクタ L、キャパシタ C で構成される回路を考える。なお、V、I はフェーザ表記の電圧および電流であり、角周波数を ω、虚数単位は j で表すこととする。

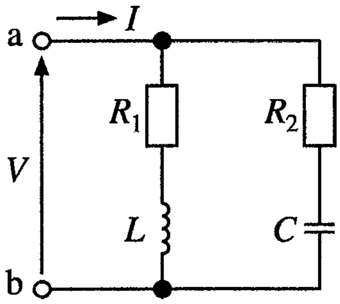


図 1

(1) 角周波数 ω における a-b 間のアドミタンス Y を求めよ。（分数の分子および分母が複素数となる場合は、分母は実数化し、分子は実部および虚部にまとめること。）

(2) 電圧 V と電流 I が同相になる角周波数 ω を R_1、R_2、L、C を用いて表せ。

(3) 図 2 のように無限に続くはしご型回路において、各辺の抵抗が R であるとき、端子 c-d からみた抵抗値を求めよ。

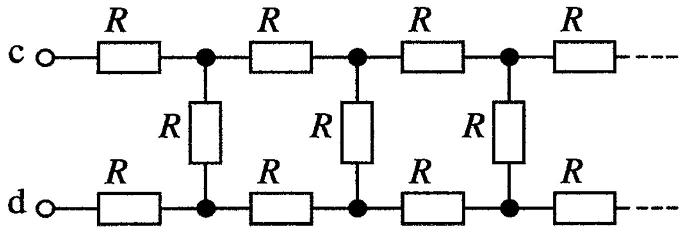


図 2

(4) 図 3 に示す、直流電源電圧 E と 1 つのスイッチ SW、2 つの抵抗 R_0、R_1、キャパシタ C_1 で構成される回路を考える。時間 $t<0$ において、スイッチ SW は開いているものとし、C_1 に電荷は蓄えられていないものとする。時間 $t=0$ においてスイッチ SW を閉じた場合に、$t \geqq 0$ における回路に流れる電流 $i(t)$ を求めよ。

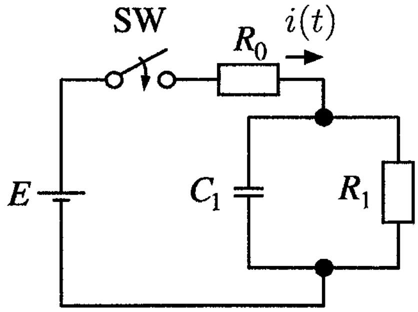


図 3

抵抗: resistor、インダクタ: inductor、キャパシタ: capacitor、
フェーザ表記: Phasor expression、電圧: voltage、電流: current、角周波数: angular frequency、
虚数単位: imaginary unit、アドミタンス: admittance、分数: fraction、分子: numerator、
分母: denominator、複素数: complex number、実部: real part、虚部: imaginary part、同相: in-phase、
はしご型回路: ladder circuit、直流電源: DC power supply、スイッチ: switch、
SW は開いている: SW is open、SW を閉じた: SW is closed

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

2 電磁気学

真空中の誘電率を ε_0 [F/m]、真空中の透磁率を μ_0 [H/m]、円周率を π として以下の問に答えよ。

1. 図 2-1 に示すように真空中の $z = 0, d$ [m] に十分に広い平行平板導体があり、$z = 0$ の導体の電位を 0 V、$z = d$ の導体の電位を V [V] にする。また、導体間は $-x$ 方向に大きさ B_0 [T] の一様磁場が印加されている。時刻 $t = 0$ [s] において原点に電子(電荷量 $-e$ [C]、質量 m [kg]) を静かに置く。電子に働く重力は無視できるものとする。

   (a) 時刻 t [s] における電子の速度を $\boldsymbol{v}(t) = (v_x(t), v_y(t), v_z(t))$ [m/s] とする。$v_x(t), v_y(t), v_z(t)$ が満たす運動方程式をそれぞれ求めよ。

   (b) 上で求めた運動方程式を解いて、時刻 t [s] における $v_x(t), v_y(t), v_z(t)$ を求めよ。

   (c) 電子が平行平板の正極に到達するための B_0 の条件を求めよ。電子は x, y 方向に運動しても常に電極内にあるものとする。

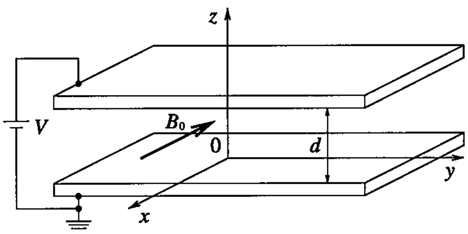


図 2-1

2. 図 2-2 に示すように、長さ L [m] の同軸円筒型導体があり、内外導体の半径をそれぞれ a, b [m] とする ($a < b$)。導体間距離 $b - a$ に対して円筒の長さ L は十分大きく ($b - a \ll L$)、円筒端部での効果は無視できるものとする。

   (a) 導体間を全て真空とし、外部導体を接地して、内部導体の電位を V [V] にする。このとき、この 2 導体からなるコンデンサに蓄えられる電荷はいくらか。

   (b) 次にスイッチ S を切り、その後に電極間の長さ x だけ ($0 < x < L$)、比誘電率 ε_r の誘電体を装荷する。このときの電極間の電位差 V' [V] を求めよ。

   (c) 電極内部の誘電体表面に働く力の大きさ F [N] と向きを求めよ。

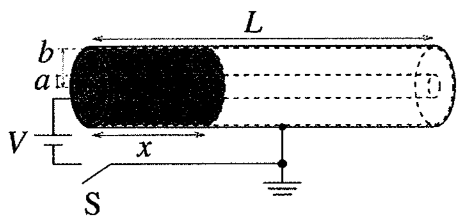


図 2-2

【次ページに続く】

【前ページから続く】

3. 図 2-3 に示すように、真空中に半径 a [m] の十分に長い二本の導線が平行に置かれており、その中心間の距離 d [m] とする。ただし、$d \gg a$ とする。平行な導線の十分遠方の一端には電圧 V [V] の電源、他方には抵抗 R [Ω] が接続されている。この導線中を電流は一様に流れるものとする。

   (a) 二本の導線間に磁場ができ、この回路と鎖交することから、この回路は自己インダクタンスを持つ。単位長さ当たりの自己インダクタンス L [H/m] を求めよ。

   (b) 二本の導線内部にも磁場ができ、磁場のエネルギーが存在する。これによるインダクタンスを内部インダクタンスと呼ぶ。単位長さ当たりの内部インダクタンス L_i [H/m] を求めよ。導線の透磁率を μ_0 [H/m] とする。

   (c) 二本の導線間には磁場によって斥力が働く。単位長さ当たりの導線に働く力の大きさ F_m [N/m] を求めよ。

   (d) 二本の導線間に電位差 V があることからコンデンサを形成し、二つの導線間には電場によって引力が働く。磁場による斥力と電場による引力が釣り合うときの抵抗 R の値を求めよ。$d \gg a$ であることから、各導線内の電荷は導線の中心軸に対して対称に分布すると近似できるものとする。

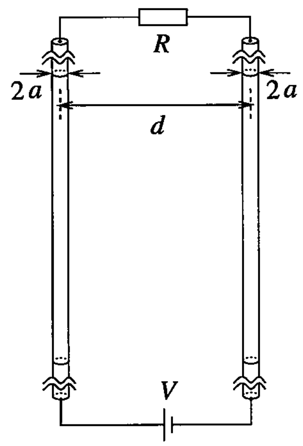


図 2-3

真空 (vacuum), 誘電率 (permittivity), 透磁率 (permeability), 円周率 (circumference ratio), 平行平板導体 (parallel conducting plates), 電位 (electrostatic potential), 一様磁場 (uniform magnetic field), 印加 (applied), 原点 (origin), 電子 (electron), 電荷量 (charge), 質量 (mass), 重力 (gravity), 速度 (velocity), 運動方程式 (equations of motion), 正極 (positive electrode), 条件 (condition), 電極 (electrode), 同軸円筒型導体 (coaxial cylindrical conductors), 半径 (radius), 距離 (distance), 端部での効果 (edge effect), 接地 (grounded), 比誘電率 (relative permittivity), 誘電体 (dielectric material), 装荷 (load, insert), 電位差 (potential difference), 表面 (surface), 導線 (conducting wire), 一端 (one end), 電源 (voltage source), 抵抗 (resistance), 電流 (current), 一様に (uniformly), 回路 (circuit), 鎖交 (linkage), 自己インダクタンス (self-inductance), 単位長さ当たり (per unit length), 導線内部 (within the conductors), 内部インダクタンス (internal inductance), 斥力 (repulsive force), 引力 (attractive force), 中心軸 (central axis), 対称 (symmetric), 分布 (distribution), 近似 (approximation)

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

3 確率統計

非負整数値をとる二つの独立な離散確率変数 X と Y は，それぞれ以下の確率質量関数で与えられる二項分布に従うとする．

$$P_1(X=x)=\binom{m_1}{x}q^x(1-q)^{m_1-x},\quad (x=0,1,\dots,m_1) \tag{A}$$

$$P_2(Y=y)=\binom{m_2}{y}q^y(1-q)^{m_2-y},\quad (y=0,1,\dots,m_2) \tag{B}$$

ここでは，q を $0<q<1$ に値をとるパラメータとし，m_1 と m_2 を既知の正の整数とする．
このとき以下の各問に答えよ．ただし，すべての問題に対して導出過程を記すこと．なお，小問(1)と(2)では，q を所与として計算せよ．

(1) 確率変数 X の積率母関数 $M_X(t)=E[\mathrm{e}^{tX}]$ を求めよ．ただし$-\infty<t<\infty$ とする．eは自然対数の底とする．

(2) 確率変数 X の期待値 $E[X]$ と分散 $V[X]$ をそれぞれ求めよ．

(3) 観測値 $X=x$ が得られたとき，q を未知の定数パラメータとして，q の最尤推定量を求めよ．

以下では，$0<q<1$ に値をとる確率変数 Q が次の分布に従うとする．

$$f_Q(q)=\frac{q^{\alpha-1}(1-q)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}$$

ここで，α と β は既知の正の実数とし，$B(\alpha,\beta)=\int_0^1 q^{\alpha-1}(1-q)^{\beta-1}dq$ はベータ関数と呼ばれる．
また，この分布 $f_Q(q)$ は $\int_0^1 f_Q(q)dq=1$ をみたし，ベータ分布と呼ばれる．

(4) 観測値 $X=x$ を所与としたときの Q の条件付き分布 $f_{Q|X=x}(q)$ は以下のようにベータ分布となる．

$$f_{Q|X=x}(q)=\frac{P(X=|\,Q=q)f_Q(q)}{\int_0^1 P(X=x\,|\,Q=q)f_Q(q)dq}=\frac{1}{B(\alpha',\beta')}q^{\alpha'-1}(1-q)^{\beta'-1}$$

ここで，$P(X=x\,|\,Q=q)$ は(A)の二項分布に従うとする．このとき，α' と β' を x，α，β，m_1を用いて表せ．ただし，定数項は無視して導出してよい．

(5) 観測値 $X=x$ を得たときに $Y=y$ となる条件付き確率

$$P(Y=y\,|\,X=x)=\int_0^1 P(Y=y\,|\,Q=q)f_{Q|X=x}(q)dq$$

を求め，その結果を二つのベータ関数の比を用いて表せ．ただし，$P(Y=y\,|\,Q=q)$ は(B)の二項分布に従うとする．また，X と Y は条件 Q のもとで独立（つまり $X\perp Y\,|\,Q$ ）とする．

【次ページに続く】

【前ページから続く】

(6) $S = X + Y$ の確率質量関数 $P(S = s \mid Q = q)$ を<u>畳み込み演算</u>を用いて求め，二項分布に従うことを示せ．ただし $X = x, Y = y$ のもとで $s = x + y$ とする．必要なら次の<u>恒等式</u>を用いてよい．

$$\sum_{k=0}^{s} \binom{m_1}{k} \binom{m_2}{s-k} = \binom{m_1 + m_2}{s}$$

確率変数: random variable, 確率質量関数: probability mass function, 二項分布 : binomial distribution, パラメータ: parameter, 積率母関数: moment-generating function, 自然対数の底: base of natural logarithm, 期待値: expectation, 分散: variance, 最尤推定量: maximum likelihood estimator, ベータ関数: Beta function, ベータ分布: Beta distribution, 条件付き分布: conditional distribution, 定数項: constant term, 独立: independence, 畳み込み演算: convolution operation, 恒等式 : identity.

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

4 信号処理

2 つのディジタルフィルタ DF-1, DF-2 があり，
それぞれのインパルス応答を $h[n]$, $g[n]$ とする．
$h[n]$, $g[n]$ を以下で定義する．

$$h[n] = \begin{cases} (-0.5)^n & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases}$$

$$g[n] = \begin{cases} 0.8^{n-1} & (n \geq 1) \\ 0 & (n < 1) \end{cases}$$

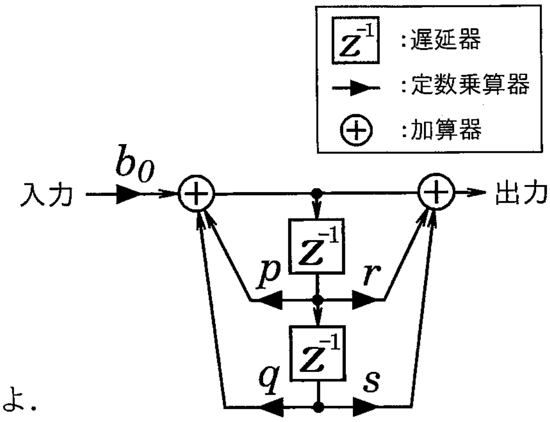


図1

(1) $h[n]$ を z 変換して，DF-1 の伝達関数 $H(z)$ を求めよ．

(2) $g[n]$ を z 変換して，DF-2 の伝達関数 $G(z)$ を求めよ．

(3) 第 3 のディジタルフィルタ DF-3 のインパルス応答を $k[n]$，伝達関数を $K(z)$ とし，$k[n]$ を

$$k[n] = h[n] + g[n]$$

と定義する．DF-3 を遅延器，定数乗算器，加算器を組み合わせて図 1 の構成で実現したい．定数乗算器の 5 つの係数のリスト $\{\ b_0, p, q, r, s\ \}$ を求めよ．

(4) 第 4 のディジタルフィルタ DF-4 のインパルス応答を $f[n]$，伝達関数を $F(z)$ とする．$f[n]$ をパラメータ β（ただし，β は実数で，$\beta \neq 0$ とする）を用いて以下のように定義する．

$$f[n] = \begin{cases} k[n] & (n \neq 0) \\ \beta & (n = 0) \end{cases}$$

DF-4 についても 図 1 の構成で実現したい．定数乗算器の係数のリスト $\{\ b_0, p, q, r, s\ \}$ を β に依存する形で求めよ．

(5) 直流信号（周波数が 0 の信号）の入力に対して $F(z)$ が 0 となるように β を定めよ．

ディジタルフィルタ：digital filter,　インパルス応答：impulse response,　z 変換：Z-transform,
伝達関数：transfer function, 遅延器：unit delay, 定数乗算器：constant multiplier, 加算器：adder,
係数：coefficient,　実数：real number,　直流信号：DC signal,　周波数：frequency

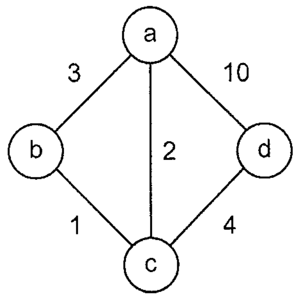
大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

5　アルゴリズムとデータ構造



$G=(V,E)$を任意の無向連結グラフとし、その辺には関数$\delta: E \to \mathbb{N}$により正の自然数の重みが与えられているものとする。G上のハミルトン閉歩道wとは頂点（Vの要素）の列$w=v_1v_2\cdots v_n$で最初と最後の頂点が同じ（$v_1=v_n$）であり、隣り合う頂点は必ず辺で結ばれていて（1 以上n未満の全てのiについて$e_i \stackrel{\text{def}}{=} (v_i, v_{i+1}) \in E$）、全ての頂点を一度以上通るもののことである。各頂点を一度だけ通る場合には特にハミルトン閉路という。その重さを$\delta(w)=\sum_{1\le i<n}\delta(e_i)$と定義する。

G上のハミルトン閉歩道の中で重さ最小のものを計算するのは一般的に難しい。しかし、それに比べて高々2 倍の重さのハミルトン閉歩道は（重み）最小全域木を用いて以下の要領で$O(|E|\log|V|)$時間で計算できる。ここで全域木の重みはそれに含まれる辺の重みの総和として定義され、$|S|$は有限集合Sの要素数を表す。ちなみにGの重み最小全域木は以下の方法（クラスカル法）で求められる。

1. 森FをVの各頂点 1 つだけからなる木の集合とする。
2. Eの要素を重さ順にソートし、リストLに格納する。
3. Lから重み最小の辺eを削除し、もしeがFの異なる 2 つの木T_1, T_2を連結するならば、Fからこれらの木を除去し、かわりに連結の結果得られる木をFに加える。Lが空になるまでこれを繰り返す。

これらをふまえて、以下の問いに答えよ。

（1）．　右上のグラフの重み最小ハミルトン閉路とその重みを求めよ。

（2）．　右上のグラフにクラスカル法を適用して最小全域木を求める。このグラフが持つ 5 つの辺（ab, ac, ad, bc, cd）はリストLに格納された順番にこの全域木に追加されるか否かを判定されることになる。追加しないと判定される全ての辺について、そう判定される理由を説明せよ。

（3）．　無向連結グラフ$G=(V,E)$に話を戻す。G上のハミルトン閉歩道のうち重さ最小のものの重さをw^*とする。このときGは重さw^*以下の全域木T^*を含むことを示せ。

（4）．　T^*は全域木なのでそれを深さ優先探索すればハミルトン閉歩道が得られる。この閉歩道は重さが$2w^*$以下となるが、その理由を説明せよ。

無向連結グラフ（undirected connected graph），辺（edge），ハミルトン閉歩道（Hamiltonian closed walk），頂点（vertex, node），ハミルトン閉路（Hamiltonian cycle），全域木（spanning tree），クラスカル法（Kruskal's algorithm），森（forest），深さ優先探索（depth-first search）

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

6　計算機の基本原理

1. 図 1 の D フリップフロップと排他的論理和ゲートで構成された線形帰還シフトレジスタ LFSR1 の初期値を $\{X_0, X_1, X_2, X_3\}=\{1, 0, 0, 0\}$ とするとき，16 クロック後の出力 $\{X_0, X_1, X_2, X_3\}$ を答えよ．

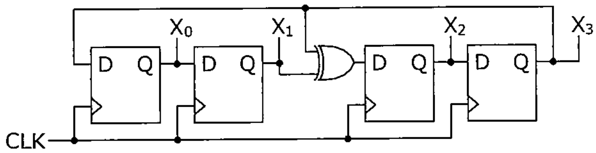


図 1　線形帰還シフトレジスタ LFSR1

2. 図 2(a)は入力 X_0〜X_3 に応じてデコーダ出力 a〜g が変化し，出力が 1 の信号に接続されたライトが点灯する 7 セグメント表示器である．この回路に図 1 の X_0〜X_3 を入力し，初期値 $\{X_0, X_1, X_2, X_3\}=\{1, 0, 0, 0\}$ からクロック CLK を 5 回入力した時に図 2(b)のように点灯パターンが変化するとき(黒いライトが点灯)，問(i)(ii)に答えよ．

   (i)　図 2(b)の点灯パターンに対する X_0〜X_3 と a〜g の関係を真理値表に示せ．

   (ii)　論理否定(NOT)，論理和(OR)，否定論理積(NAND)，排他的論理和(exclusive-OR)，の論理ゲートを各 1 つ，計 4 つだけ使い，X_0〜X_3 を入力として b, c, g を出力する回路を作れ．

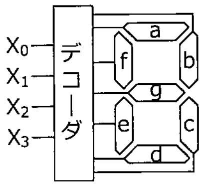


図 2(a)　7 セグメント表示器 7SEG1

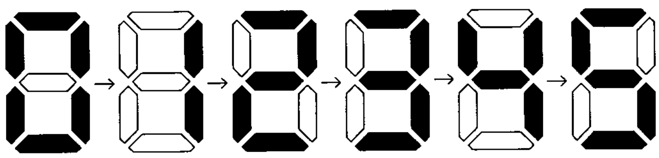


図 2(b)　点灯パターン

3. 図 3 の線形帰還シフトレジスタ LFSR2 が 10 進カウンタとして動作するための，$\{Y_0, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4\}$ の初期値の条件とその理由を述べよ．

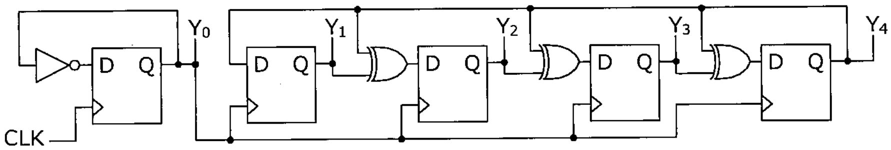


図 3 線形帰還シフトレジスタ LFSR2

4. 図 4 に示した回路ブロックは，問 1〜3 の LFSR1, 7SEG1, LFSR2, そして入力 Y_0〜Y_4 に応じて 0〜9 を表示する 7 セグメント表示器 7SEG2 である．この 4 つの回路ブロックと配線だけで，クロック CLK が入る度に 00 から 59 まで表示がカウントアップし，その後は 00 に戻って同じ動作を行う 60 進の表示器を作りたい．回路ブロックの入出力をどのように接続すればよいかを示し，正しい動作に必要な LFSR2 と 7SEG2 の条件を述べよ．

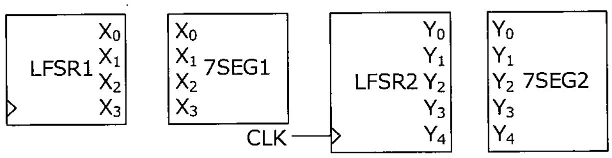


図 4 回路ブロック

【次ページに続く】

【前ページから続く】

Dフリップフロップ：D flip-flop，排他的論理和ゲート：exclusive-OR gate，線形帰還シフトレジスタ：linear feedback shift register，7セグメント表示器：seven-segment display，論理ゲート：logic gate，10進カウンタ：decade counter

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

7　数値計算

$f(x)$ を無限回微分可能な関数とし，点 $x=\alpha$ における $f(x)$ の微係数 $f'(\alpha), f''(\alpha), \ldots$ を格子点 $x=\alpha,\, \alpha \pm h,\, \alpha \pm 2h, \ldots$ ($h>0$) での値 $f(\alpha), f(\alpha \pm h), f(\alpha \pm 2h), \ldots$ を用いて近似することを考える．たとえば，$f(\alpha+h), f(\alpha-h)$ のテイラー展開

$$f(\alpha+h) = f(\alpha) + hf'(\alpha) + \frac{h^2}{2}f''(\alpha) + \frac{h^3}{3!}f'''(\alpha) + \frac{h^4}{4!}f''''(\alpha) + \cdots, \tag{1}$$

$$f(\alpha-h) = f(\alpha) - hf'(\alpha) + \frac{h^2}{2}f''(\alpha) - \frac{h^3}{3!}f'''(\alpha) + \frac{h^4}{4!}f''''(\alpha) - \cdots \tag{2}$$

を考えると，式 (1) を $f'(\alpha)$ について解くことで，

$$f'(\alpha) = \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h} - \frac{h}{2}f''(\alpha) + O(h^2) \tag{3}$$

という式が得られる．ここで，$O(h^k)$ ($k=1,2,\ldots$) は $h \to 0$ のとき h^k と同等以上に速く 0 に近付く項を表す．式 (3) より，$f'(\alpha)$ に対する差分近似

$$f'(\alpha) \simeq \frac{f(\alpha+h) - f(\alpha)}{h} \tag{4}$$

が得られる．差分近似により生じる誤差を離散化誤差と呼ぶ．この近似式の離散化誤差は $-\frac{h}{2}f''(\alpha) + O(h^2)$ である．また，誤差のうち h に関する次数が最小の項 $-\frac{h}{2}f''(\alpha)$ を誤差の主要項と呼ぶ．誤差の主要項が h に関して 1 次なので，この近似式は 1 次精度であるという．

一方，式 (1) と式 (2) を辺々加えて整理することで，

$$f''(\alpha) = \frac{f(\alpha-h) - 2f(\alpha) + f(\alpha+h)}{h^2} + \frac{h^2}{12}f''''(\alpha) + O(h^4) \tag{5}$$

が得られ，これより $f''(\alpha)$ に対する差分近似

$$f''(\alpha) \simeq \frac{f(\alpha-h) - 2f(\alpha) + f(\alpha+h)}{h^2} \tag{6}$$

が得られる．この近似式は 2 次精度であり，離散化誤差の主要項は $\frac{h^2}{12}f''''(\alpha)$ である．

以上を踏まえて，次の問に答えよ．

【次ページに続く】

【前ページから続く】

1. $f(\alpha)$, $f(\alpha+h)$, $f(\alpha-h)$ を用いて $f'(\alpha)$ を 2 次精度で近似する式を作れ．また，離散化誤差の主要項を求めよ．

2. $f(\alpha)$, $f(\alpha+h)$, $f(\alpha+2h)$ を用いて $f'(\alpha)$ を 2 次精度で近似する式を作れ．また，離散化誤差の主要項を求めよ．

3. n 個の関数値 $f(\alpha), f(\alpha+h), \ldots, f(\alpha+(n-1)h)$ を用いて $f''(\alpha)$ を 2 次精度で近似する式を作りたい．これが可能な n の最小値を求めよ．また，そのときの近似式を求めよ．

さて，近似式 (4) の離散化誤差は $-\frac{h}{2}f''(\alpha)+O(h^2)$ であるから，h を 0 に近づけるほど，誤差は小さくなるように思われる．しかし，計算機で浮動小数点演算を用いて計算する場合，実際にはそうはならない．以下，このことについて考察する．

浮動小数点演算では，数値を 1.023×10^2 のように t 桁の仮数部（この例では $t=4$）と指数部で表す．そのため，一般の実数 a を浮動小数点数で表現する場合には，$t+1$ 桁目以降に対して四捨五入や切り捨てなどを行う必要があり，それにより丸め誤差が生じる．この丸め誤差の絶対値の上界（以下,「丸め誤差の上界」という）は，u を $0<\mathrm{u}\ll 1$ なる定数として，$|a|\mathrm{u}$ と書けることがわかっている．以下では，$f(\alpha)$ や $f(\alpha+h)$ は誤差無しで計算でき，それを浮動小数点数として表現する際にのみ丸め誤差が入ると仮定する．したがって，浮動小数点数として表現した $f(\alpha)$ に含まれる丸め誤差の上界は $|f(\alpha)|\mathrm{u}$ となる．

以上を踏まえて，次の問に答えよ．

4. 近似式 (4) を浮動小数点演算で計算するとき，結果に含まれる丸め誤差の上界を $|f(\alpha)|$, u, h を用いて表せ．ただし，次の仮定を用いてよい．
   - $f(\alpha+h)$ の丸め誤差の上界は，$f(\alpha)$ の丸め誤差の上界と等しい．
   - 2 つの浮動小数点数の差の丸め誤差の上界は，それぞれの浮動小数点数の丸め誤差の上界の和である．
   - ある浮動小数点数を h で割った商の丸め誤差の上界は，元の浮動小数点数の丸め誤差の上界の $1/h$ である．

5. 近似式 (4) を浮動小数点演算で計算したときの全体の誤差は，離散化誤差の主要項の絶対値と，小問 4. で求めた丸め誤差の上界の和で近似できる．この全体誤差を $|f(\alpha)|$, $|f''(\alpha)|$, u, h を用いて表し，それを最小にする h を求めよ．また，最小値を求めよ．

無限回微分可能：infinitely differentiable，微係数：derivative，格子点：grid point，
近似する：approximate，テイラー展開：Taylor expansion，
同等以上に速く：at least as fast as，差分近似：finite difference approximation，
離散化：discretization，次数：order，主要項：leading term，1 次精度：first order accuracy，
辺々加えて：add side by side，整理する：rearrange the terms，
以上を踏まえて：based on the above，浮動小数点演算：floating-point arithmetic，
仮数部：mantissa，指数部：exponent，四捨五入：round off，切り捨て：round down，
丸め誤差：rounding error，絶対値：absolute value，上界：upper bound，定数：constant

選択問題

情報・ネットワーク工学専攻

科目の番号

8　離散数学とオートマトン

集合 $A = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ 上に、次の関係 $\sim$ を定義する：

$$(a, b) \sim (c, d) \iff ad = bc.$$

以下の問いに答えよ．ただし，$\mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ をそれぞれ整数全体の集合，有理数全体の集合とする．

(1) 関係 $\sim$ が集合 A 上の同値関係であることを証明せよ．(反射律・対称律・推移律の 3 つの性質に基づいて論じること)

(2) 次の 4 つの A の 元について，それぞれの同値類 $[(a, b)]$ を考える．このとき，互いに同じ同値類に属するかどうかを判定せよ．

$$(2, 4), \quad (3, 6), \quad (-1, -2), \quad (1, 2).$$

(3) 任意の $(a, b) \in A$ に対して，その同値類 $[(a, b)]$ を整数 $k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ を用いて内包的表記で表せ．

(4) 写像 $f : A \to \mathbb{Q}$ を以下で定義する：

$$f(a, b) = \frac{a}{b}.$$

(a) この写像が同値関係 $\sim$ に関して well-defined であることを証明せよ．ただし，集合 X 上の関係 $\sim$ と写像 $h : X \to Y$ に対して，h が $\sim$ に関して，well-defined であるとは，任意の $x, x' \in X$ に対して，$x \sim x'$ ならば $h(x) = h(x')$ が成り立つことをいう．

(b) この写像から誘導される写像 $\tilde{f} : A/\sim \to \mathbb{Q}$ を具体的に表し，それが全単射であることを証明せよ．
ただし，集合 X 上の関係 $\sim$ と well-defined な写像 $h : X \to Y$ に対して，h から誘導される写像 $\tilde{h} : X/\sim \to Y$ とは，任意の $x \in X$ に対して，$\tilde{h}([x]) = h(x)$ を満たすことをいう．

整数 (integer), 有理数 (rational number), 集合 (set), 関係 (relation), 同値関係 (equivalence relation), 反射律 (reflexivity), 対称律 (symmetry), 推移律 (transitivity), 元 (element), 同値類 (equivalence class), 内包的表記 (set-builder notation), 写像 (mapping), 証明 (proof), 誘導される写像 (induced mapping), 全単射 (bijection, one-to-one)

問　題　訂　正

【情報・ネットワーク工学専攻】

専門科目：［選択問題］科目番号 $\boxed{3}$ 確率統計

（誤）　　（４）の式について

$$f_{Q|X=x}(q)=\frac{P(X= \quad | \; Q=q)f_Q(q)}{\int_0^1 P(X=x \; | \; Q=q)f_Q(q)\,dq}$$

（正）　　（４）の式について

$$f_{Q|X=x}(q)=\frac{P(X=x \; | \; Q=q)f_Q(q)}{\int_0^1 P(X=x \; | \; Q=q)f_Q(q)\,dq}$$