

基盤理工学専攻 問題 解答例

問題では、基礎および専門的な知識や理解を問う問題を出題しました。解答については、その一例を以下に示しますが、これと同等な他の表現もありえます。

1 電気・電子回路

(1) (a) $L\dot{I}(t) + RI(t) = V_0$

(b) $I(0) = 0$ 。 $f(t) = I(t) - \frac{V_0}{R}$ とおくと $\dot{f}(t) = -\frac{R}{L}f(t)$ だから $f(t) = f_0 \exp(-\frac{R}{L}t)$ 。 $f_0 = f(0) = I(0) - \frac{V_0}{R} = -\frac{V_0}{R}$ 。 $I(t) = \frac{V_0}{R} \{1 - \exp(-\frac{R}{L}t)\}$ 。

(c) コンデンサに溜められた電荷を $Q(t)$ とすると $Q(t) = CV(t)$ 、また $I(t) = \dot{Q}(t)$ だから $I(t) = C\dot{V}(t)$ (積分形で書いてもよい)。

(d) $L\dot{I}(t) + RI(t) + V(t) = V_0$ を t で 1 回微分して前問の関係式を用いると $L\ddot{I}(t) + R\dot{I}(t) + \frac{I(t)}{C} = 0$ 。

(e) $I(t) = \exp(-\alpha t)$ とおいて前問で得た微分方程式に代入すると $L\alpha^2 - R\alpha + \frac{1}{C} = 0$ 。この解 $\alpha_{\pm} = \frac{R \pm \sqrt{R^2 - 4L/C}}{2L}$ を用いて (重根の場合を除き) $I(t) = I_+ \exp(-\alpha_+ t) + I_- \exp(-\alpha_- t)$ が一般解となる。
 α_{\pm} は $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ のとき正の実数、 $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ のとき複素数となるから $R_{th} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ である。

(f) $t = t_0$ では仮定より $I(t)$ は定常値に達しているので $I(t_0) = \frac{V_0}{R}$ 。従って $t = t_0$ での抵抗の電圧降下は V_0 、またコンデンサには電荷が溜まっていないので $V(t_0) = 0$ だからコイルの両端電圧は 0。したがって $\dot{I}(t_0) = 0$ 。

(g) $R < R_{th}$ とすると $\alpha = \beta \pm i\gamma$ という形になる ($\beta = \frac{R}{2L}$ 、 $\gamma = \frac{\sqrt{R_{th}^2 - R^2}}{2L} = \sqrt{\frac{1}{LC} \left\{1 - \left(\frac{R}{R_{th}}\right)^2\right\}}$) から一般解は $I(t) = (I_c \cos \gamma(t - t_0) + I_s \sin \gamma(t - t_0)) \exp(-\beta(t - t_0))$ と書き直すことができる。
 $\frac{V_0}{R} = I(t_0) = I_c$ 。 $\dot{I}(t) = ((\gamma I_s - \beta I_c) \cos \gamma(t - t_0) - (\gamma I_c + \beta I_s) \sin \gamma(t - t_0)) \exp(-\beta(t - t_0))$ から $0 = \dot{I}(t_0) = \gamma I_s - \beta I_c$ なので $I_s = \frac{\beta}{\gamma} I_c$ 、

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left\{ \cos \gamma(t - t_0) + \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma(t - t_0) \right\} \exp(-\beta(t - t_0))$$

(2) (a) 反転入力端子の電位は非反転入力端子のそれと等しくすなわち 0 である。従って $I_1 = \frac{V_1}{R_1}$ 、 $I_2 = \frac{V_2}{R_2}$ 。

(b) 入力端子の電流の出入りはないので R_1 と R_2 から流れてきた電流 I_1 、 I_2 はそのまま R_3 に流れる。従って $V_{out} = -R_3(I_1 + I_2) = -R_3 \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \right)$ 。

(c) 下の R_1 と R_2 に流れる電流は等しい。反転入力端子と非反転入力端子の電位が等しいことも使うと $\frac{V_1}{R_2} = \frac{V_m - V_1}{R_1}$ 。これより $V_m = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) V_1$ 。

(d) 上の R_1 と R_2 についても同様にして $\frac{V_{out} - V_2}{R_2} = \frac{V_2 - V_m}{R_1}$ 。この両辺を前問で得た最初の式の両辺に加え、
 $\frac{V_{out} + V_1 - V_2}{R_2} = \frac{V_2 - V_1}{R_1}$ 。これより $V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \Delta V$ 。

(e) R_G に上から下向きに流れる電流を I_G とおく。 $I_G = \frac{\Delta V}{R_G}$ 。下のオペアンプの反転入力端子の電流の出入りが 0 であることから $\frac{V_1}{R_2} = \frac{V_m - V_1}{R_1} + I_G$ 。同様に上のオペアンプの反転入力端子の電流の出入りが 0 であることを使うと $\frac{V_{out} - V_2}{R_2} = \frac{V_2 - V_m}{R_1} + I_G$ 。この 2 つの式の両辺を足すと $\frac{V_{out} - \Delta V}{R_2} = \frac{\Delta V}{R_1} + 2I_G = \frac{\Delta V}{R_1} + 2\frac{\Delta V}{R_G}$ 。

$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + 2\frac{R_2}{R_G}\right) \Delta V。$$

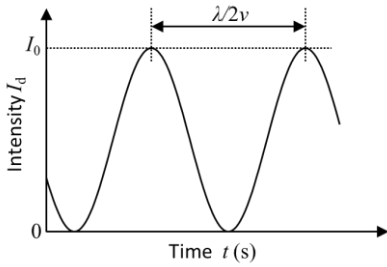
2 光波動工学

(1)

(a) $f = 4.74 \times 10^{14}$ Hz

(b) 重ね合わされた光波の電場の 2 乗に比例する信号強度 $I_d \propto (E_1 + E_2)^2$ を計算する。時間平均をとり最大値を I_0 とおくことで、目的の式は導出される。

(c) $T = 0.0317$ s



(d) $\delta L = 10.0$ mm

(e) 大気中では、光の伝搬速度が大気の屈折率のため真空中と比べて遅くなり、波長が短くなる。それに伴い干渉周期も短くなるため、同等のミラー掃引操作に対して強度変動の回数 N は波長に反比例して増加する。

(2)

(a) $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

(b) (ア)垂直, (イ)横波, (ウ)電波, (エ)赤外線, (オ)可視光, (カ)紫外線, (キ)X線, (ク)ガンマ線
(キ, クは順不同)

(c) $I = 1 \times 10^6$ W/m², $E_0 = 2.74 \times 10^4$ V/m

(d) 0.1 μJ, 1000 倍

3 量子力学／統計力学

(1) $\omega = c|\mathbf{k}|$

(2) $k_x = \frac{2\pi n_x}{L}, n_x = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
 $k_y = \frac{2\pi n_y}{L}, n_y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$
 $k_z = \frac{2\pi n_z}{L}, n_z = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

(3) k -空間での状態密度は $\left(\frac{L}{2\pi}\right)^3$ であるから、 $k = |\mathbf{k}|$ として、 $k \sim k + dk$ の状態数は $\left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 4\pi k^2 dk$ である。よって、単位体積当たりの $\omega \sim \omega + d\omega$ のモードの数は偏光の自由度を考慮して、 $D(\omega)d\omega = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}$ となる。

(4) $Z = \frac{1}{1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}}}$

$\beta = \frac{1}{k_B T}$ として、平均エネルギーは $E = -\frac{\partial}{\partial \beta} \log Z = \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1}$ となる。

(5) $u(\omega)d\omega = ED(\omega)d\omega = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} d\omega$

(6) $\int_0^\infty u(\omega)d\omega = \frac{\pi^2}{c^3 \hbar^3} \frac{k_B^4}{15} T^4$ で T^4 に比例する。

(7) $u(\lambda)d\lambda = u(\omega) \left| \frac{d\lambda}{d\omega} \right| d\omega = \frac{16\pi^2 \hbar c}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda}} - 1} d\lambda$

長波長または高温 $\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda} \ll 1$ のとき、 $u(\lambda) = \frac{8\pi k_B T}{\lambda^4}$

短波長または低温 $\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda} \gg 1$ のとき、 $u(\lambda) = \frac{16\pi^2 \hbar c}{\lambda^5} e^{-\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda}}$

4 無機・有機化学

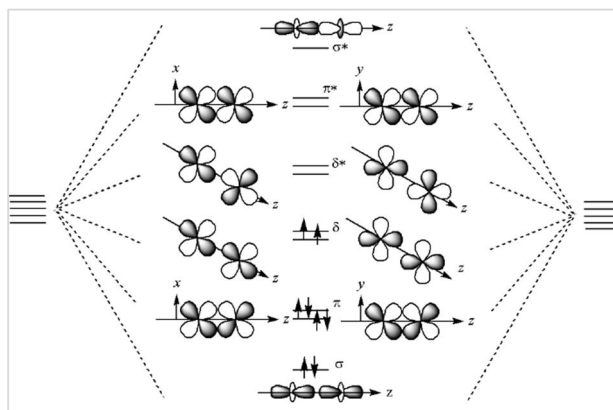
- (1) (a) 4つの結合電子対の反発により4つの頂点を等価にする正四面体構造になる。
 (b) 反発の強さが bonding pair vs bonding pair < bonding pair vs lone pair < lone pair vs lone pair の順なので、H-X-H 結合角は X 上にある lone pair の数に従って狭められる傾向がある。
- (2) (a) (ア) 6 (イ) $\sqrt{2} r$ (ウ) 1 2 (エ) $\sqrt{3} r$ (オ) 8 (カ) 6 (キ) $-12/\sqrt{2}$ (ク) $8/\sqrt{3}$
 (b) 点電荷モデルではイオンの大きさやその接触による(電子雲)反発が考慮されていないから。

- (3) (a) Re: $[\text{Lu}^{3+}] 5d^5 6s^2$
 Re³⁺: $[\text{Lu}^{3+}] 5d^4$

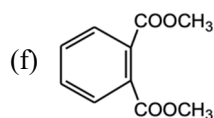
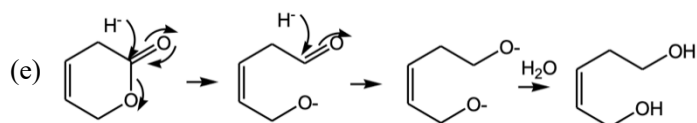
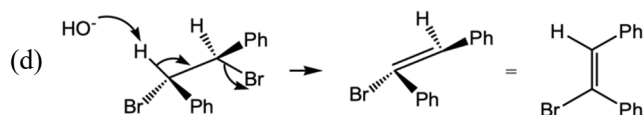
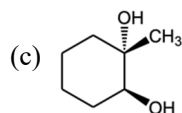
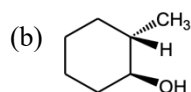
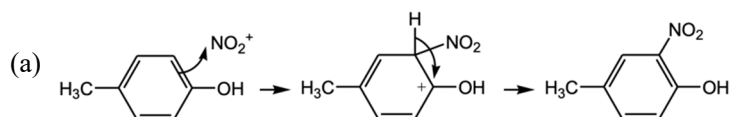
(b) 右図でローブの描画部分

(c) 右図で中央列の横棒と小矢印の部分

(d) 結合次数は $8/2=4$



(4)



- (5) (a) ヒュッケル則を適用して、 $4n+2\pi$ 電子数の $n=4$ の化合物であるから、芳香族性が予想される。
 (b) δ 8.9 ppm が環外 H、 -1.8 ppm が環内 H
 (c) 芳香族環電流効果は、環を貫いてくる磁場を妨げるように環電流が発生する。この環電流の生じる内部磁界は、環外部では外部磁界と同方向になるから低磁場シフト、つまり δ 値を上げる。環内部で外部磁界と逆向きになるから高磁場シフト、つまり δ 値を下げる。

5 分子生物学／生物化学

(1)

- (a) (ア) フルクトース 1,6-ビスリン酸, (イ) グリセルアルデヒド 3-リン酸, (ウ) ホスホエノールピルビン酸
- (b) 1) グルコースからフルクトース 1,6-ビスリン酸までに 2 分子の ATP を消費するが, グリセルアルデヒド 3-リン酸からアセチル-CoA までに 2×2 分子の ATP と 1×2 分子の NADH を生成するので, 差引き ATP: $-2 + 2 \times 2 = 2$ (分子), NADH: $1 \times 2 = 2$ (分子) が生成する。
2) グルコースからピルビン酸までに生成した NADH が, ピルビン酸から乳酸の反応で使用されるので, NADH の生成は, (差引き $2 - 2 = 0$) 分子となる。ATP については, ピルビン酸から乳酸までの経路では消費も生成もないので, そのまま 2 分子となる。
3) グルコースからピルビン酸までに生成した NADH が, アセトアルデヒドからエタノールの反応で使用されるので, NADH の生成は, (差引き $2 - 2 = 0$) 分子となる。ATP については, ピルビン酸からエタノールまでの経路では消費も生成もないので, そのまま 2 分子となる。
- (c) 解糖系 10 反応うち 3 反応は不可逆反応であるので, 糖新生ではこの 3 つの反応では迂回反応が使われる。また, この 3 反応によって, 解糖と糖新生のどちらが優位に進むかが調節されている。
- (d) 筋肉と肝臓, エネルギー物質であるグルコースを必要時に使えるように貯蔵しておく役割がある。
- (e) 解糖系とクエン酸回路の代謝中間体をアミノ酸, 脂肪酸などのさまざまな化合物の生合成のために提供する。
- (f) 脱共役剤を用いると, 電子伝達系が駆動して生じたプロトン濃度勾配が脱共役剤により解消されてしまい ATP 合成ができなくなることから, ATP 合成にはプロトン勾配が必要である, つまり共役していることが推測された。

(2)

- (a) B 型, 右巻きの二重らせんで, らせんの中心部の存在する塩基対のスタッキングにより構造が安定化している。交互に現れる大きな溝と小さな溝がはっきりとしている。
- (b) DNA は二本鎖で, 糖はデオキシリボース。塩基は A,C,G,T。
RNA は一本鎖で, 糖はリボース。塩基は A,C,G,U。
- (c) mRNA。RNA ポリメラーゼ II。
- (d) 非コード RNA (ノンコーディング RNA)。遺伝子発現を調節する役割を果たす分子であり, 標的となる mRNA に結合してその翻訳を抑制する。RNA 誘導サイレンシングに関与する, 細胞分化・発生・アポトーシスの調整に関与する, がん・心血管疾患, 神経疾患などの病態に関与する, など具体的な働きなどの解答でも良い。
- (e) 鼻腔や唾液から採取した検体に含まれる細胞から RNA を抽出する操作を行い, その後, 逆転写酵素を用いて cDNA に変換してから新型コロナウイルスゲノムに特異的なプライマーセットを用いて (リアルタイム) PCR を行ない, 増幅するか否かにより感染の有無を調べる。

$$(1) \text{ (a) } \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$(b) \lambda = -1, 3$$

$$(c) \alpha = \beta = \gamma = -1$$

$$(d) k = -7$$

$$(2) \text{ (a) } I_1 = \frac{7}{6}$$

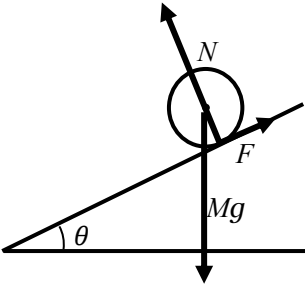
$$(b) I_2 = \frac{1}{45}$$

$$(3) \text{ (a) } f(x) = \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\{(-1)^n - 1\}}{n^2\pi} \cos nx$$

$$(b) I = \frac{\pi^2}{8}$$

7 力学

(1)



$$(2) M \frac{dv}{dt} = Mg \sin \theta - F$$

$$(3) I \frac{d\omega}{dt} = Fa$$

$$(4) v = \omega a$$

$$(5) \int_0^a \int_0^{2\pi} \frac{M}{\pi a^2} r^2 r d\theta dr = \frac{Ma^2}{2}$$

$$(6) v = \frac{2t}{3} g \sin \theta$$

$$\omega = \frac{2t}{3a} g \sin \theta$$

$$F = \frac{1}{3} Mg \sin \theta$$

$$(7) E_r / E_t = 1 / 2$$

$$(8) \tan \theta_{th} = 3\mu$$

8 電磁気学

1)

- (a) 円柱導体に与えられた電荷 (+Q) は、円柱導体内部に存在できないので円柱導体表面上に分布し、また、円柱導体の形状の対称性から円柱導体側面上に一様に分布する。その電荷分布がつくる電場は、電荷分布の対称性から（もしくは、円柱導体側面が等電位面となることから）放射状に形成され、さらに、その電場は外側に置かれた円筒導体内に侵入できないので、円筒導体に付与された電荷 (-Q) は円筒の内側表面に一様に分布する。

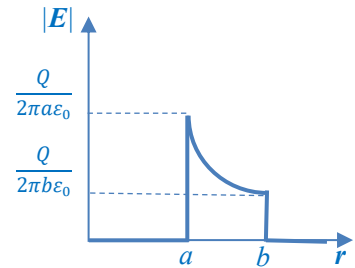
- (b) 半径 r の円筒形の閉曲面（高さ: l ）を考え、そこにガウスの法則

$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho(\mathbf{r}') dv$$

を適用する。ガウスの法則の左辺は $2\pi r l |\mathbf{E}|$

右辺は、 $a \leq r \leq b$ では Ql 、それ以外では 0 となるので、電場は円柱・円筒導体間 ($a \leq r \leq b$) のみに形成され、 $\mathbf{E} =$

$$\frac{Q}{2\pi r \epsilon_0} \mathbf{e}_r \quad (\mathbf{e}_r: \text{動径方向の単位ベクトル})。$$



- (c) 導体間に形成される電位差は $V = \int_a^b \mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_r dr = \int_a^b \frac{Q}{2\pi r \epsilon_0} dr = \frac{Q}{2\pi \epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$

- (d) 電場のエネルギー密度は $\frac{1}{2} \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{Q}{2\pi r \epsilon_0} \right)^2$

導体間に電場として蓄えられるエネルギー U_E は軸方向の単位長さ当たり

$$U_E = \int_a^b \left(\frac{1}{2} \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 \right) 2\pi r dr = \frac{Q^2}{4\pi \epsilon_0} \ln \frac{b}{a}$$

(2)

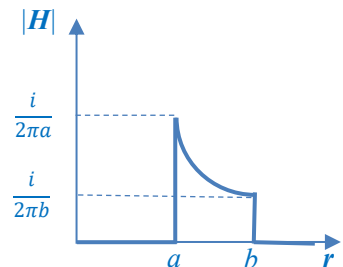
- (a) 導体軸を中心とする半径 r の閉曲線を考え、そこにアンペールの法則

$$\oint \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{i}(\mathbf{r}') \cdot d\mathbf{n}$$

を適用する。アンペールの法則の左辺は $2\pi r |\mathbf{H}|$

右辺は、 $a \leq r \leq b$ では i 、それ以外では 0 となるので、磁場は円柱・円筒導体間 ($a \leq r \leq b$) のみに形成され、 $\mathbf{H} =$

$$\frac{i}{2\pi r} \mathbf{e}_\theta \quad (\mathbf{e}_\theta: \text{接線方向の単位ベクトル})。$$



- (b) 磁場のエネルギー密度は $\frac{1}{2} \mu_0 |\mathbf{H}|^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{i}{2\pi r} \right)^2$

導体間に電場として蓄えられるエネルギー U_H は軸方向の単位長さ当たり

$$U_H = \int_a^b \left(\frac{1}{2} \mu_0 |\mathbf{H}|^2 \right) 2\pi r dr = \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

- (c) 導体間に形成されている電場と磁場は互いに直交しているので

$$\text{Poynting vector } \mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \text{ は } \frac{Q}{2\pi r \epsilon_0} \mathbf{e}_r \times \frac{i}{2\pi r} \mathbf{e}_\theta = \frac{V}{r \ln \frac{b}{a}} \mathbf{e}_r \times \frac{i}{2\pi r} \mathbf{e}_\theta = \frac{Vi}{2\pi r^2 \ln \frac{b}{a}} \mathbf{e}_z$$

(\mathbf{e}_z : 導体軸方向の単位ベクトル。(1)(c)の結果を用いて Q を V に書き換えた)

Poynting vector \mathbf{S} を電磁場が形成されている導体間の空間 ($a \leq r \leq b$) で積分すると

$$\mathbf{S} = \int_a^b \left(\frac{Vi}{2\pi r^2 \ln \frac{b}{a}} \mathbf{e}_z \right) 2\pi r dr = Vi \mathbf{e}_z$$

$|\mathbf{S}| = Vi$ は、抵抗で消費される電力 Vi に等しい。

9 光・電子デバイス基礎

(1) (a) $F_p = \frac{h^2}{4\pi^2 m r^3} n^2 \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$

(b) $r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m q^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$

(c) $E_n = -\frac{m q^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$

(d) $\frac{m q^4}{8 \epsilon_0^2 h^2}$

(e) 0.026 [eV]

ドナー不純物のイオン化エネルギーにほぼ等しいため、室温ではドナー不純物のほとんどがイオン化していると考えられる。

(f) $\lambda = \frac{hc}{E}$

$\nu = \frac{E}{h}$

$p = \frac{E}{c}$

(g) 1.2×10^{-6} [m]

(2) (a) $\frac{n_p}{n_n} = \exp\left(-\frac{qV_d}{kT}\right)$

(b) $V_d = \frac{kT}{q} (\ln n_n - \ln n_p)$

(c) $J = J_s \exp\left(\frac{qV}{kT}\right)$

10 物理化学

1)

(a) $\Delta E = E_{n_2} - E_{n_1} = h\nu$ から

$$\Delta E = E_{n_2} - E_{n_1} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

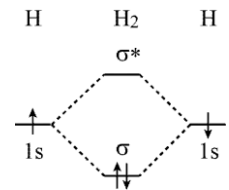
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{\Delta E}{hc} \text{ より } R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$$

(b) $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$

$$\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2(n-1)n + 2n = 2n^2$$

(c) l が大きい軌道ほど原子核での存在確率が低く、原子核の遮蔽効果が現れやすいため。

(d) H_2 の方が大きい。右図に示す結合性軌道の安定化エネルギーのため。



(2)

(a) 27 番め

(b) 左 P 枝, $\Delta J = -1$ 右 R 枝, $\Delta J = +1$

(c)



(d) ボルツマン分布 $\frac{N_1}{N_0} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)$ (N_0, N_1 : 基底状態, 最低励起状態の分布数)

(i) $\frac{\Delta E}{kT} = \frac{2B}{kT} = \frac{2 \times 1.93}{207} < 0.1$ より, $\frac{N_1}{N_0} \approx 1$ のため分布する。

(ii) $\frac{\Delta E}{kT} = \frac{2143}{207} > 10$ より, $\frac{N_1}{N_0} \approx 0$ のため分布しない。

(iii) $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{154 \times 10^{-7}} = 64935 \text{ cm}^{-1}$ より, $\frac{\Delta E}{kT} = \frac{64935}{207} > 10$

$\frac{N_1}{N_0} \approx 0$ のため分布しない。

11 細胞・神経生物学

- (1) ① - (D) - (エ)
② - (B) - (ア)
③ - (A) - (イ)
④ - (C) - (ウ)
- (2) (ア) G タンパク質共役型受容体 (GPCR)
(イ) G タンパク質
(ウ) GDP
(エ) GTP
(オ) cAMP
- (3) 葉緑体は光エネルギーで水を分解し、CO₂を還元して、エネルギーに富む糖分子を合成する。葉緑体は独自の DNA を持ち、二重膜に囲まれ、分裂するという特徴から、初期の真核細胞に光合成細菌が取り込まれたと考えられている。
- (4) 鞭毛の内部では微小管が 9+2 構造をとっており、微小管上をダイニンというモータータンパク質が滑ることで屈曲が生じる。
- (5) 死後には、ATP の供給が停止するため、ミオシンとアクチンが ATP の枯渇によって強く結合したままとなり、筋肉が硬直する。
- (6) ミエリン鞘の欠損により跳躍伝導が阻害され、活動電位の伝播速度が低下する。
- (7) チャネルロドプシンは、光依存的に開口するイオンチャネルであり、光照射により陽イオンが流入することで活動電位を誘発する。光遺伝学とは、このようなタンパク質を神経細胞に発現させて、光照射のオン・オフにより神経活動を高い時間精度で操作する技術である。
- (8) 光学顕微鏡は可視光で試料を観察するため、生きた細胞の動態観察が可能である。一方、電子顕微鏡は電子線を用いるため、生きた細胞の観察は困難であるが、高い分解能を有しており、詳細な構造観察が可能である。