大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2025年8月19日実施）

【機械知能システム学専攻】

専門科目：［選択問題］

※注意事項

１．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

２．監督者が説明を始めたら筆記用具を持ったり、参考書を見たりしてはいけない。

３．選択問題の問題冊子はこの注意事項を含めて１３枚、解答用紙は２枚である。（計算用紙は含まない。）

４．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

５．選択問題の試験時間は90分である。

６．選択問題では、８科目の中から２科目を選んで解答すること。

７．解答用紙の科目の番号欄には、選択した科目の番号を記入すること。
（採点は記入された番号についてのみ行う。誤記入、記入もれに注意すること。）

８．解答は、科目ごとに別々の解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
解答は必ず解答用紙に記入すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。

９．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

１０．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

１１．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

以下の問 1，問 2 に答えよ．

問 1．図 1 に示すように，棒 1 の左端を剛体壁に固定した．棒 1 の右端を点 A とする．棒 1 の長さ，断面積，縦弾性係数，線膨張係数はそれぞれ ℓ，A，E，α である．この状態から温度を T 上昇させた．次の問いに答えよ．

(1)　棒 1 に発生するひずみ ε_1 を求めよ．
(2)　点 A の移動量 δ_A を求めよ．

次に，図 2 に示すように，棒 2 と棒 3 を点 B で接続して他端をそれぞれ剛体壁に固定した．このとき，棒 2 と棒 3 に初期応力は発生していない．棒 2 の長さ，断面積，縦弾性係数，線膨張係数はそれぞれ ℓ，A，E，α である．棒 3 の長さ，断面積，縦弾性係数，線膨張係数はそれぞれ ℓ，A，$\frac{1}{3}E$，2α である．この状態から温度を T 上昇させた．次の問いに答えよ．

(3)　棒 2 と棒 3 に発生する応力 σ_2，σ_3 を求めよ．
(4)　棒 2 と棒 3 に発生するひずみ ε_2，ε_3 を求めよ．
(5)　点 B の移動量 δ_B を求めよ．

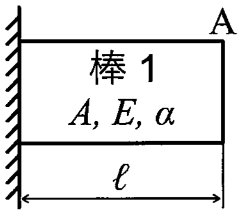


図 1

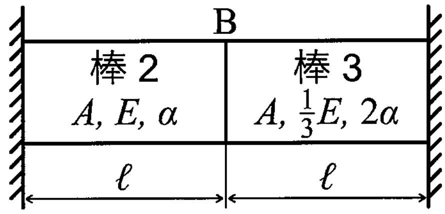


図 2

キーワード：Keyword
棒：Bar，剛体壁：Rigid wall，長さ：Length，断面積：Cross-sectional area，縦弾性係数：Young's modulus，線膨張係数：Coefficient of thermal expansion，温度：Temperature，ひずみ：Strain，移動量：Displacement，初期応力：Initial stress，応力：Stress

【次ページに続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

1　材料力学

【前ページから続く】

問 2．図 3 に示すように，長さ ℓ の片持ちはりの自由端（点 A）に集中荷重 P_A と曲げモーメント M_A が作用している．はりの曲げ剛性を EI とする．点 A を x 座標の原点（$x = 0$）とする．次の問いに答えよ．

(1) x の任意の位置（$0 \leqq x \leqq \ell$）におけるはりのせん断力 F と曲げモーメント M を x の関数として表せ．
(2) x の任意の位置（$0 \leqq x \leqq \ell$）におけるはりのたわみ角 θ とたわみ曲線 y を x の関数として表せ．
(3) 点 A のたわみ y がゼロになるような集中荷重 P_A を M_A，ℓ を用いて表せ．

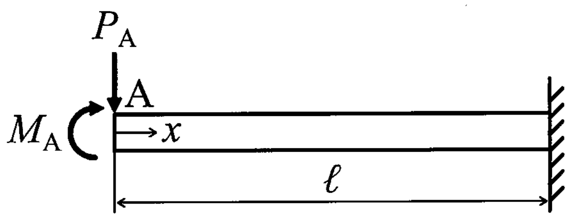


図 3

キーワード：Keyword
長さ：Length，片持ちはり：Cantilever beam，自由端：Free end，集中荷重：Concentrated load，曲げモーメント：Bending moment，はり：Beam，曲げ剛性：Flexural rigidity，せん断力：Shearing force，たわみ角：Slope，たわみ曲線：Deflection curve，たわみ：Deflection

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

2　機械力学

以下の問１，問２に答えよ．

問１．図１に示すように，長さ $3l$，質量 m の断面一様な剛体棒を，上の端点までの長さが l，下の端点までの長さが $2l$ となる点 O を支点にして回転するように取り付けた振子を考える．剛体棒の点 O から鉛直上方向に距離 a の位置に，ばね定数 k のばね A を取り付け，自然長のときに鉛直の剛体棒に対して直角になるように左の壁に接続する．剛体棒の傾き角 θ は十分に小さく，ばねの力は常に水平方向に働くものとする．重力加速度を g とし，摩擦は無視できるものとする．以下の問いに答えよ．

（１）傾き角 θ に関する運動方程式を求めよ．

（２）振子が振動する時の固有角振動数 ω_n を求めよ．

次に，図２のように，図１の剛体棒の下の端点に質量 m の質点を取り付け，さらに点 O から鉛直上方向に距離 a の位置にばね B を取り付け，右の壁に接続した後，静止平衡状態で剛体棒が鉛直になるように左右の壁の位置を調整した．以下の問いに答えよ．

（３）振子が振動する時，図１と同じ固有角振動数 ω_n になるように，ばね B のばね定数 k_B を決定せよ．

続いて，図３のように，点 O から鉛直下方向に距離 b の位置に減衰係数 c の減衰器を取り付け，鉛直の剛体棒に対して直角になるように左の壁に接続した．以下の問いに答えよ．

（４）傾き角 θ に関する運動方程式を求めよ．

（５）振子が減衰振動するための b の条件と，その時の減衰比 ξ を求めよ．

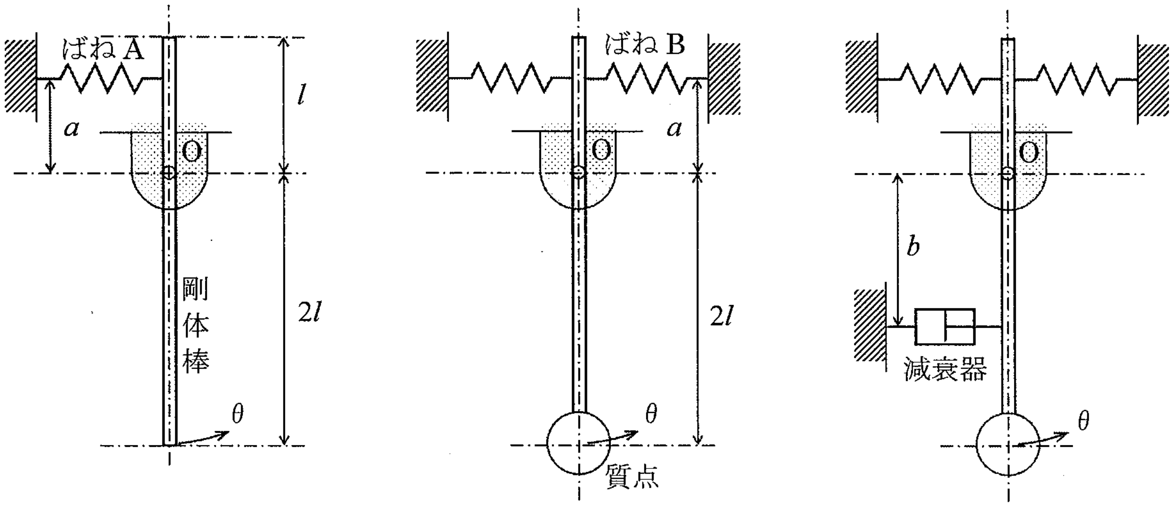


図１　　図２　　図３

キーワード：Keyword

長さ：length，質量：mass，断面一様な剛体棒：rigid rod with uniform section，端点：endpoint，支点：pivot，回転する：rotatable，振子：pendulum，鉛直上方向：vertically upward direction，距離：distance，位置：point，ばね定数：spring constant，ばね：spring，自然長：natural length，鉛直：vertical，直角：orthogonal，壁：wall，傾き角：slant angle，十分に小さく：small enough，力：force，水平方向：horizontal direction，重力加速度：acceleration of gravity，摩擦：friction，無視できる：negligible，運動方程式：equation of motion，振動する：vibrate，固有角振動数：natural angular frequency，質点：mass point，静止平衡状態：static balance，調整した：adjust，鉛直下方向：vertically downward direction，減衰係数：damping coefficient，減衰器：damper，減衰振動：damped vibration，条件：condition，減衰比：damping ratio

【次ページへ続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

2　機械力学

【前ページから】

問２．重力の影響のない環境下で，図４に示すような振動系を考える．質量 m の箱の上下に，ばね定数 k の２つのばねが取り付けられている．下のばねは床と結合され，上のばねの端部が $A\sin\omega t$ で変位加振される．箱の内部に質量 m の質点があり，ばね定数 k の２つのばねで箱の内部の床と天井に連結されている．以下の問いに答えよ．

（１）　静的釣り合いの位置からの箱と質点の絶対変位 x_1, x_2 を用いて，それぞれの運動方程式を示せ．

（２）　変位加振がない（$A=0$）時の，この系の固有角振動数 ω_1，ω_2（$\omega_1<\omega_2$）を求めよ．
さらに，ω_1，ω_2 における x_1，x_2 の振幅の比 λ_1，λ_2 求めよ．

（３）　加振されている（$A\neq0$）時の，x_1, x_2 の振幅 A_1，A_2 を求めよ．

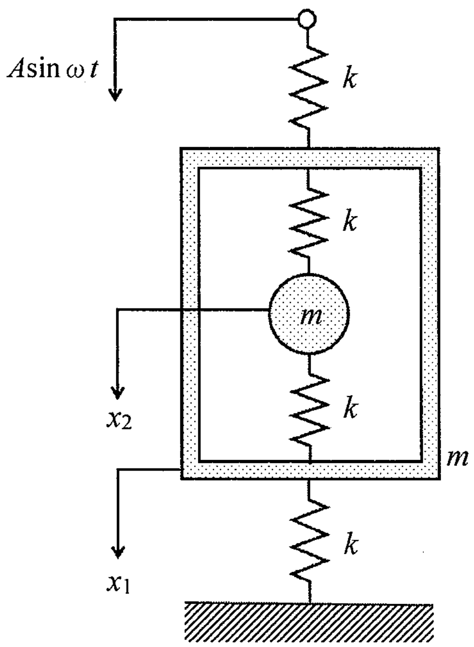


図４

キーワード：Keyword
重力の影響のない：free from effects of gravity，振動系：vibration system，質量：mass，箱：box，ばね定数：spring constant，ばね：spring，床：floor，端部：end，変位加振：displacement excitation，質点：mass point，天井：ceiling，静的釣り合い：static balancing，位置：point，絶対変位：absolute displacement，運動方程式：equation of motion，固有角振動数：natural angular frequency，振幅比：amplitude ratio，振幅：amplitude

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

3　熱力学

以下の問 1～3 に解答せよ。なお、解答には途中経過も示すこと。

問 1　質量 m の理想気体（定積比熱 c_v）を温度 ΔT 上昇させるのに必要な熱量は、定圧変化の場合と定積変化の場合で ΔQ の差がある。次の問いに答えよ。

(1) 気体定数 R 、定圧比熱 c_p 、比熱比 γ を求めよ。

(2) 定圧変化で温度が ΔT 変化するとき、気体に加えられる熱、気体がなす仕事、気体の内部エネルギーの変化を求めよ。

(3) 定積変化で温度が ΔT 変化するとき、気体に加えられる熱、気体がなす仕事、気体の内部エネルギーの変化を求めよ。

問 2　質量流量 5kg/s で定常運転されている蒸気タービンの入口における蒸気の比エンタルピーは 3000kJ/kg、出口における比エンタルピーは 2000kJ/kg である。蒸気タービンが発生する動力［kW］を計算せよ。ただし、蒸気タービンからの熱損失は 400 kW である。

問 3　質量 m、気体定数 R、比熱比 γ の理想気体を作動流体とするカルノー熱機関において、理想気体は一定温度 T_a の高温熱源から熱を得て、一定温度 T_b の低温熱源に放熱する。過程 1（状態 1→状態 2）は等温膨張であり、体積が β 倍になる。過程 2（状態 2→状態 3）は断熱膨張である。過程 3（状態 3→状態 4）は等温圧縮であり、体積が $1/\beta$ 倍になる。過程 4（状態 4→状態 1）は断熱圧縮である。次の問いに答えよ。ただし、$\beta > 1$ とする。

(1) 過程 1 で理想気体が、高温熱源から得た熱量と理想気体のエントロピーの変化を求めよ。

(2) 過程 3 で理想気体が、低温熱源に放熱した熱量と理想気体のエントロピーの変化を求めよ。

(3) 1 サイクルを経った後の理想気体のエントロピーの変化を求めよ。また、このカルノーサイクルは可逆サイクルと不可逆サイクルのいずれであるかを論ぜよ。

(4) このカルノーサイクルの熱効率 η を求めよ。

(5) このカルノーサイクルの $T-S$ 線図の概形を描け。なお、等温膨張前における理想気体のエントロピーを S_0 とする。それぞれの状態における T 及び S を記入し、変化の方向を矢印で示せ。

(6) このカルノーサイクルにおける最高圧力を p_0 としたとき、状態 1、状態 2、状態 3、状態 4 の各々における理想気体の体積及び圧力を求めよ。

キーワード：Keyword

質量 : mass, 理想気体 : ideal gas, 定積比熱 : specific heat at constant volume, 温度 : temperature, 熱量 : heat, 定圧 : isobaric, 変化 : change, 定積 : isochore, 気体定数 : gas constant, 定圧比熱 : specific heat at constant pressure, 比熱比 : specific heat ratio, 熱 : heat, 仕事 : work, 内部エネルギー : internal energy, 質量流量 : mass flow rate, 蒸気 : vapor, タービン : turbine, 比エンタルピー : specific enthalpy, 動力 : power, 熱損失 : heat loss, 作動流体 : working fluid, カルノー : Carnot, 熱機関 : heat engine, 熱源 : heat source, 過程 : process, 状態 : state, 等温 : isothermal, 膨張 : expansion, 体積 : volume, 断熱 : adiabatic, 圧縮 : compression, エントロピー : entropy, サイクル : cycle, 可逆 : reversible, 不可逆 : irreversible, 熱効率 : thermal efficiency, 線図 : diagram, 圧力 : pressure

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

4	流体力学

以下の問 1, 問 2 について解答せよ。

問 1.　式(1)〜(3)に示されたテイラー・グリーン渦を表す速度・圧力が、二次元定常非圧縮非粘性流れの運動方程式(4)(5)および連続の式(6)を満たすことを示せ。但し、$u_0,\ k,\ \rho$ は定数であり、それぞれ、速度定数、波数、流体密度である。

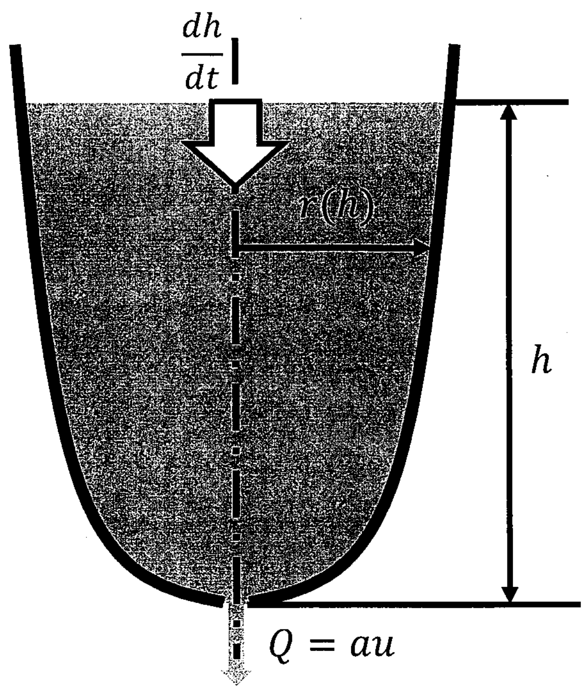
$$\begin{cases} u = \quad u_0 \sin kx \cos ky & (1) \\ v = -u_0 \cos kx \sin ky & (2) \\ p = \dfrac{\rho u_0^2}{4}\{\cos(2kx) + \cos(2ky)\} & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} & (4) \\ u\dfrac{\partial v}{\partial x} + v\dfrac{\partial v}{\partial y} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} & (5) \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 & (6) \end{cases}$$

問 2. 次の各問 A,B について解答せよ。

A.　図に示すような上部が開放され、下部に微小な開口部がある円形断面の軸対称容器を考える。開口部から液面までの高さを h、開口部の面積を a、重力加速度を g とするとき、開口部から流出する液体の速度の大きさ u を求めなさい。

B.　A.で示された軸対称容器から液体が体積流量 $Q = au$ で流出するとき、h は時間とともに減少し、その時間変化率は dh/dt で表される。容器半径 $r(h)$ が $\sqrt[4]{h}$ に比例するとき、dh/dt が定数となることを示せ。



キーワード: Keywords
テイラー・グリーン渦: Taylor-Green vortex, 速度: velocity, 圧力: pressure, 二次元: two-dimensional, 定常: stationary, 非圧縮: incompressible, 非粘性: inviscid, 流れ: flow, 運動方程式: equation(s) of motion, 連続の式: continuity equation, 定数: constant, 波数: wave number, 流体密度: density of fluid, 開口部: orifice, 円形断面: circular section, 軸対称: axisymmetric, 容器: vessel, 液面: liquid surface, 面積: area, 重力加速度: acceleration of gravity, 流出: outflow, 液体: liquid, 体積流量: volumetric flow rate, 時間変化率: time rate of change, 半径: radius, 比例: proportion.

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

5　制御工学

図１のように、質量 mの質点が、水平面からの角度が $\theta(t)$である板の上に乗り、板に対して平行にばね定数 kのばねで固定されている。板は水平面と一点のみで接触し、この点を中心とした回転方向にのみ動作する。質点の位置 $x(t)$を板に対して平行に定め、質点がばねとつりあい状態にある時の質点の位置を $\bar{x}$とおく。板と質点の間には摩擦力は働かない。重力加速度を gとする。なお、$x(t)$は観測可能とする。このとき、板に平行な方向の質点の運動方程式は式(1)のようになる。

$$m\ddot{x}(t) = mg\sin\theta - k(x(t) - \bar{x}) \tag{1}$$

問１

板の角度 $\theta(t)$を 30 度に傾けて固定し、静止させた質点に対して、$x(t)$と同じ方向にインパルス状の力 $f(t)$を加えたときの質点の振る舞いを考える。このとき、次の問題に答えよ。ただし、問題に沿うように(1)式に力 $f(t)$の項を加えて考えよ。

(1)　位置 $x(t)$のラプラス変換 $X(s)$を求めよ。ただし、板を傾けた後のつりあい状態での質点の位置 $\bar{x}$を初期位置 x_0とし、$\bar{x} = x_0 = 0$、初速度 $\dot{x}_0 = 0$とする。また、$\sin(\pi/6) = 1/2$である。

(2)　問１(1)の時、時刻 $t > 0$に対する $x(t)$の式を求めよ。ただし、$\omega = \sqrt{k/m}$を用いて記述せよ。また、正弦、余弦のラプラス変換 $\mathcal{L}\{\sin\alpha t\} = \frac{\alpha}{s^2+\alpha^2}$、 $\mathcal{L}\{\cos\alpha t\} = \frac{s}{s^2+\alpha^2}$、及び部分分数分解 $\frac{\alpha^2}{s(s^2+\alpha^2)} = \frac{1}{s} - \frac{s}{s^2+\alpha^2}$を用いてよい。

問２

板の角度 $\theta(t)$を動かして質点の位置 $x(t)$を操作することを考える。ただし、角度 $\theta(t)$は十分小さく、$\sin\theta \simeq \theta$、$\bar{x}$は定数に近似できるとする。また、$\bar{x} = 0$とする。このとき、次の問題に答えよ。

(1)　質点位置の参照入力信号が $r(t)$となるように角度に対する比例制御 $\theta(t) = -k_P(x(t) - r(t))$を加える。$r(t)$のラプラス変換 $R(s)$から $X(s)$までの閉ループ系の伝達関数を求めよ。

(2)　問２(1)の伝達関数の極を求め、$r(t)$に収束するかどうかを理由とともに述べよ。

(3)　問２(1)の比例制御に代わり、比例微分制御 $\theta(t) = -k_P\big(x(t) - r(t)\big) - k_D\frac{d}{dt}x(t)$を加える。初期位置 $x_0 = 0$、初速度 $\dot{x}_0 = 0$のとき、定常偏差を求めよ。ただし $r(t)$を定数とし、$r(t) = \bar{r}$と書く。

(4)　定常偏差を 0 にするために制御則をどのように変更したらよいかを記載せよ。ただしk_Pは有限とする。

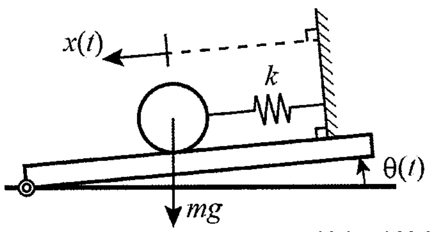


図１：傾斜する台の上に乗った質点（質点系）

【次ページへ続く】

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

5　制御工学

【前ページから】

問 3

図 1 の質点の位置制御を極配置によって設計することを考える。ただし、$\sin\theta \simeq \theta$、$\bar{x}$は定数に近似できるとし、$\bar{x}=0$とする。このとき、次の問題に答えよ。

(1)　質点の運動方程式を、状態ベクトル $\boldsymbol{x}(t)=[x(t),\dot{x}(t)]^{\mathrm{T}}$、入力 $u(t)=\theta(t)$、出力 $y(t)=x(t)$とする状態空間表現

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}}(t) &= A\boldsymbol{x}(t)+Bu(t)\\ y(t) &= C\,\boldsymbol{x}(t)\end{aligned} \tag{2}$$

で表すとき、係数行列 A、B、Cを求めよ。

(2)　状態フィードバック則 $u(t)=-K\boldsymbol{x}(t)=-[k_1\quad k_2]\boldsymbol{x}(t)$を加えるとき、閉ループ系の特性方程式を求めよ。

(3)　問 3 (2) の制御入力によって閉ループ系の極が $-2\pm 3j$となるように状態フィードバックゲイン k_1、k_2を設計せよ。なお解答は、m、k、gを用いて表せ。

キーワード：Keywords
質量：Mass、質点：Point mass、水平面：Horizontal plane、角度：Angle、ばね定数：Spring constant、ばね：Spring、回転方向：Rotational direction、位置：Position、つりあい状態：Balance、摩擦力：Frictional force、重力加速度：Acceleration due to gravity、運動方程式：Equation of motion、インパルス状：Impulse-like、力：force、ラプラス変換：Laplace transform、初期位置：Initial position、初速度：Initial velocity、正弦：Sine、余弦：Cosine、部分分数分解：Partial fraction decomposition、定数：Constant value、近似：Approximation、参照入力信号：Reference input signal、比例制御：Proportional control、閉ループ系：Closed loop system、伝達関数：Transfer function、極：Pole、収束：Convergence、比例微分制御：Proportional-derivative control、定常偏差：Steady-state deviation、制御則：Control law、有限：Finite、位置制御：Position control、極配置：Pole assignment、状態ベクトル：State vector、状態空間表現：State-space representation、係数行列：Coefficient matrix、状態フィードバック則：State feedback law、特性方程式：Characteristic equation、制御入力：Control input、状態フィードバックゲイン：State feedback gain

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

6　電気回路学

図 1 は R [Ω]の抵抗，L [H]のインダクタ，C [F]のキャパシタを直列接続した回路である．角周波数 ω [rad/s] で正弦波振動する複素電圧 $\dot{V} = |\dot{V}|\angle 0$ [V]の電圧源を端子 a-b に接続したとき，次の問いに答えよ．

(1) 端子 a-b 間の複素インピーダンス $\dot{Z}$ と，その大きさ $|\dot{Z}|$ と位相角 ϕ を求めよ．

(2) 図 1 の回路が直列共振する角周波数 ω_0 と，そのときの端子 a-b 間の複素インピーダンス $\dot{Z}$ を求めよ．また，共振時の回路電流 $\dot{I}_0$，インダクタ電圧 $\dot{V}_{\mathrm{L}}$，キャパシタ電圧 $\dot{V}_{\mathrm{C}}$ の各ベクトルを複素平面上に示せ．

(3) 端子 a-b に接続した電圧源の角周波数 ω を 0 から ∞ まで変化させたとき，複素インピーダンス $\dot{Z}$ のベクトルが描く軌跡を複素平面上に示せ．ただし，ω が ω_0 となる点および ω の増加方向を明示すること．

(4) 端子 a-b に接続した電圧源の角周波数 ω を 0 から ∞ まで変化させたとき，回路電流 $\dot{I}$ のベクトルが描く軌跡を複素平面上に示せ．ただし，ω が 0，ω_0 となる点および ω の増加方向を明示すること．

(5) 端子 a-b に接続した電圧源の角周波数 ω を 0 から ∞ まで変化させたとき，抵抗 R における消費電力が直列共振時の消費電力の半分となる 2 つの角周波数 ω_1 と ω_2 を求めよ．ただし $\omega_1 < \omega_2$ とする．

(6) 図 1 の回路について，共振の先鋭度を表す Q 値を回路の素子値 R，L，C のみを用いて示せ．

図 2 は角周波数 ω [rad/s]で正弦波振動する複素電圧 $\dot{V} = |\dot{V}|\angle 0$ [V]の電圧源，図 1 の回路と同じ複素インピーダンス $\dot{Z}$，可変の複素インピーダンス $\dot{Z}_{\mathrm{L}} = R_{\mathrm{L}} + jX_{\mathrm{L}}$ [Ω]を直列接続した回路である．次の問いに答えよ．

(7) $\dot{Z}_{\mathrm{L}}$ における消費電力が最大となるとき $\dot{Z}_{\mathrm{L}}$ が満たす条件を示し，その最大消費電力 $P_{\max}$ を求めよ．

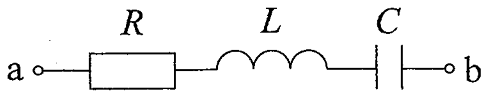


図 1

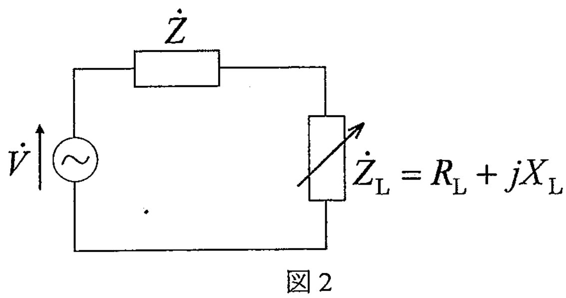


図 2

キーワード：Keyword

抵抗 : resistor, インダクタ : inductor, キャパシタ : capacitor, 直列接続 : series connection, 回路 : circuit, 角周波数 : angular frequency, 正弦波振動 : sinusoidal oscillation, 複素電圧 : complex voltage, 電圧源 : voltage source, 端子 : terminal, 複素インピーダンス : complex impedance, 大きさ : magnitude, 位相角 : phase angle, 直列共振 : series resonance, 電流 : current, ベクトル : vector, 複素平面 : complex plane, 軌跡 : locus, 消費電力 : consumed power, 先鋭度 : sharpness, Q 値 : quality factor, 素子値 : element value, 可変 : variable, 条件 : condition, 最大 : maximum

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

7　ディジタル信号処理

問 1．入力が離散時間信号$x[n]$の，次の差分方程式で表されるシステムを考える．

$$y[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[n-1])$$

(1) このシステムの伝達関数を求めよ．
(2) 次の式で与えられる信号$x[n]$の z 変換を求めよ．

$$x[n] = \begin{cases} 1, & n = 0,1,2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(3) (2)の$x[n]$をこのシステムに入力した場合の出力$y[n]$を，横軸n・縦軸$y[n]$のグラフとして図示せよ．
(4) このシステムの$0 \le \omega \le \pi$における振幅特性$A(\omega)$と位相特性$\theta(\omega)$を求めよ．ただし，ωは正規化角周波数である．

問 2．入出力の関係が，次式で与えられる離散時間システムを考える．

$$y[n] = \sum_{i=n-m}^{n+m} x[i]$$

ただし，mは正の整数である．

(1) このシステムが線形時不変システムであるか否かを，理由とともに答えよ．
(2) このシステムのインパルス応答を求めよ．
(3) このシステムが BIBO 安定（Bounded Input Bounded Output Stability）であるか否かを，理由とともに答えよ．
(4) このシステムのステップ応答を求めよ．

キーワード：Keyword
離散時間信号：discrete time signal，伝達関数：transfer function，z 変換：z transform，
振幅特性：gain characteristic，位相特性：phase characteristic，
線形時不変：linear time invariant system，インパルス応答：impulse response，
ステップ応答：step response

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

8 応用数学

虚数単位を i で記す．以下の問１，問２に答えよ．

問１　つぎの小問に答えよ．ここで，自然対数の底を e で記し，z，w を複素数の変数，x，y，u，v，r，θ を実数の変数とする．

(1) $z = re^{i\theta}$ の関数 $w = z^2$ について，$w = u + iv$ とおく．極形式のコーシー・リーマンの方程式を用いて w が任意の点で正則であることを示し，w の導関数を求めよ．

(2) $z = x + iy$ とおく．z 平面上の２曲線 C_1：$y = x^2$ と C_2：$y = \frac{1}{x}$ とは交点 $z_0 = 1 + i$ で交わる．関数 $w = z^2$ により w 平面に写される２曲線 C_1 と C_2 と交点 z_0 の像を順に Γ_1，Γ_2，w_0とおく．w 平面上で交点 w_0 での Γ_1 と Γ_2 の接線をそれぞれ m_1，m_2 とおき，m_1 と m_2 のなす角の大きいほうを ψ とおくとき，$\tan\psi$ を求めよ．

【次ページに続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2025 年 8 月 19 日実施）

選択問題

機械知能システム学専攻

科目の番号

8 応用数学

【前ページから続く】

問２　つぎの小問に答えよ．ここで，積分路はすべて反時計回りとする．

(1)　積分路C:　$|z-i|=2$ に沿った以下の 1 周線積分の値を求めよ．

$$\oint_C \frac{2(z-i)}{z(z-2i)}dz$$

(2)　自然数 n に対してつぎの定積分を求めよ．ここで，θ を実数の変数とする．

$$\int_0^{2\pi} \cos^{2n}\theta d\theta$$

キーワード：Keywords
虚数単位：imaginary unit, 自然対数の底：base of natural logarithm, 複素数：complex number, 変数：variable, 実数：real number, 関数：function, 極形式：polar form, コーシー・リーマンの方程式：Cauchy-Riemann equations, 任意の点：arbitrary point, 正則：regular, 導関数：derivative function, 平面：plane, 曲線：curved line, 交点：point of intersection, 像：image, 接線：tangent line, 角：angle, 積分路：integral path, 反時計回り：counterclockwise, 1 周線積分：one round line integral, 値：value, 自然数：natural number, 定積分：definite integral